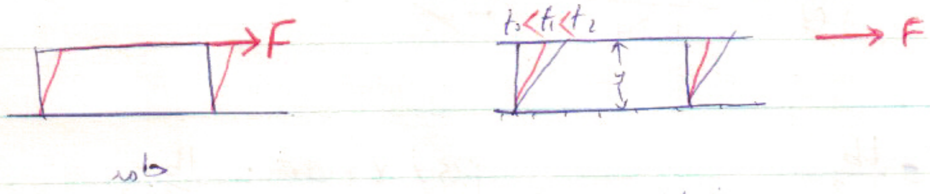
به نام خدا

مکانیک سیالات I :

تعریف سیال: سیال ماده‌ای است که در اثر تنش برشی هر چند ناچیز به طور دائم تغییر شکل دهد.
تنش برشی حاصل تقسیم نیروی برشی «نیروی مماس بر سطح» بر سطح می‌باشد.



$F \propto \frac{AU}{y}$ → سرعت صفحه بالایی

A - سطح مقطعی که نیروی برشی که اعمال می‌شود

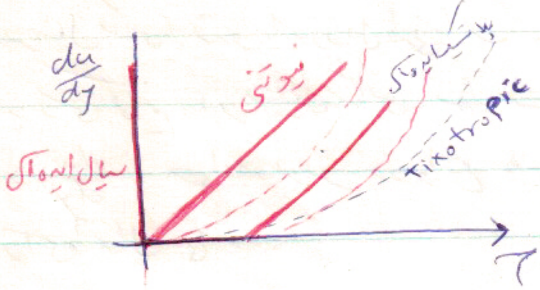
y - فاصله بین دو مقطع

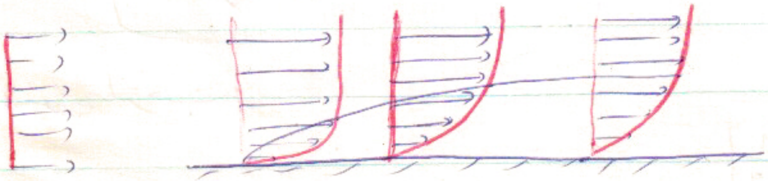
$\frac{F}{A} \propto \frac{U}{y}$

$\tau = \mu \frac{U}{y}$

$\frac{du}{dy}$ گرادیان سرعت

$\tau = \mu \frac{du}{dy}$ رابطه لزجت نیوتن





آحاد یا کمیت‌های مکانیکی

کمیت‌های اصلی و فرعی	SI	سیستم انگلیسی
طول	m	Ft
زمان	s	s
جرم	kg	slug

1 slug = 14.59

$F = m \times a$

$1 N = 1 kg \times 1 m/s^2$

$1 lbf = 1 slug \times 1 ft/s^2$

$10\,ft \rightarrow ?\ m$

$1\,ft = 12\,in$

$1\,in = 2.54\,cm$

$100\,cm = 1\,m$

$10\,ft \times \frac{12\,in}{1\,ft} \times \frac{2.54\,cm}{1\,in} \times \frac{1\,m}{100\,cm}$

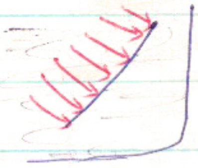
$psi = \frac{lb}{in^2}$ $\qquad$ $psi \times 144 = \frac{lb}{ft^2}$

$10\,\frac{lb}{in^2} \times \left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)^2 =$

لزجت: لزجت خاصیتی از سیال است که به خاطر این خاصیت سیال در مقابل تنش برشی از خود مقاومت نشان می‌دهد

اگر سیال ساکن باشد و یا در داخل ظرفی باشد که آن را با شتاب ثابت حرکت دهیم در قسمت همه روابط که در نظر می‌گیریم در سیال ساکن تنها فشار داریم و آن هم فشار عمود بر سطح و در این حالت $\frac{du}{dy}$ صفر خواهد بود در واقع هیچ گونه تنش برشی را تحمل نمی‌کند و هیچ گونه تنش برشی بر آن اعمال نمی‌شود.

فشار $p = \frac{F}{A}$ $\quad$ نیروی عمود بر سطح / سطح



دیاگرام نیوتن لزجت

$[\tau] = [\mu]\left[\frac{du}{dy}\right]$

$[\mu] = \frac{[\tau]}{\left[\frac{du}{dy}\right]} = ML^{-1}T^{-1}$ $\qquad$ $[\tau] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{MLT^{-2}}{L^2}$

$[\tau] = ML^{-1}T^{-2}$

$\left[\frac{du}{dy}\right] = \frac{LT^{-1}}{L} = T^{-1}$

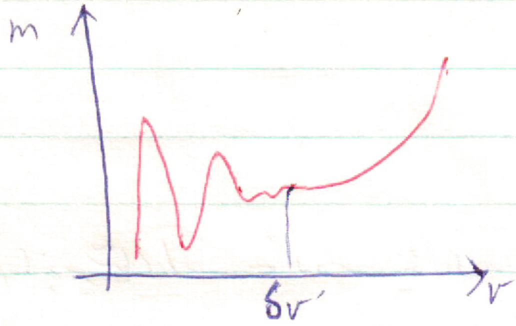
$[\mu] = ML^{-1}T^{-1}$

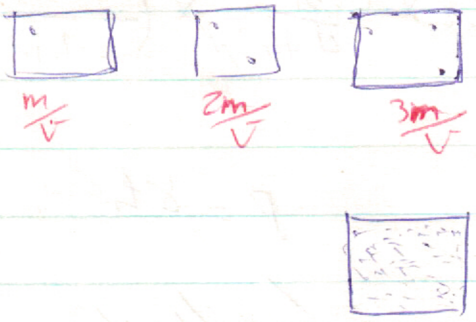
$\frac{kg}{m \cdot s} \times \frac{m}{m} \times \frac{s}{s}$ $\quad$ $\frac{N}{m^2} \times s \rightarrow Pa \cdot s$

یا

$$[\mu] = \frac{[\tau]}{\left[\frac{du}{dy}\right]} = \frac{F L^{-2}}{T^{-1}} = Pa \cdot s$$

$F L^{-2} T$





$\frac{m}{V} =$ ثابت

$$\rho = \lim_{V \to \delta V'} \frac{m}{V}$$

در سیال همگن دانسیته بستگی به مکان تغییر نمی‌کند ولی در سیال غیرهمگن دانسیته بستگی به مکان ممکن است تغییر کند

آب: $\rho = 1000\ kg/m^3$

حجم مخصوص $v_s = \frac{1}{\rho}$

نیروی ثقل واحد:

$\gamma = \rho g$ $\qquad \rho = 1000\ kg/m^3 = 1{,}94\ slug/ft^3$

در سیستم انگلیسی ... 32.2 است

$\gamma = 9806\ N/m^3$

$\gamma = 62{,}4\ lb/ft^3$

چگالی نسبی $\times\ S = \frac{\rho}{\rho_w} = \frac{\gamma}{\gamma_w}$ *

سنگین‌ترین سیالی که وجود دارد جیوه است و فلز هم می‌باشد

جیوه $S = 13.6$

فشار: نیروی عمود بر سطح تقسیم بر سطح است

$p = \frac{F}{A}$ $\quad N/m^2 = Pa$ $\qquad 1\,atm = 14{,}7\,psi$

$1\,atm \simeq 1\,bar = 10^5\,Pa$

$4.448\,N = 1\,lbf$

$0.0254\,m = 1\,in$

$$1\,\frac{N}{m^2} \times \frac{1\,lbf}{4.448\,N} \times \left(\frac{0.0254\,m}{1\,in}\right)^2$$

$$P = \gamma h$$

سیال تراکم ناپذیر سیالی است که دانسیته آن نسبت به زمان و مکان تغییر نکند «ثابت باشد»

$PV = mRT$ در یک ابعاد مشخص با یک حجم مشخص با تغییر حجم فشار تغییر می کند و این خاصیت سیال تراکم پذیر است.

ضریب کشسانی:

اگر فشار مایعی به اندازهٔ dp افزایش یابد حجم آن به اندازهٔ dV کاهش خواهد یافت نسبت تغییرات فشار به تغییرات نسبی را ضریب کشسانی گوییم

$$k = \frac{dp}{-\frac{dV}{V}}$$

خاصیت سیال است

واحد ضریب کشسانی همان واحد فشار است.

آب $k = 2.2\ Gpa$

$V = 1\,m^3$

$P = 0.1\,mpa$

$$k = -\frac{dp}{\frac{dV}{V}} \Rightarrow 2.2\times10^3 = -\frac{0.1}{\frac{dV}{1}} \Rightarrow$$

$$dV = -\frac{0.1}{2.2\times10^3}\,m^3 = 45.5\,cm^3$$

کشش سطحی: در مرز بین یک مایع و یک گاز و یا ۲ مایع که با یکدیگر مخلوط نمی شوند اتصالی وجود دارد که ظاهراً دارای نیروی جاذبه مولکولی مایع تشکیل می شود تشکیل این لایه را می توان بر اساس انرژی سطحی یا کار انجام شده در واحد سطح برای رساندن مولکولها به سطح تعبیر کرد

* که یک خاصیت است در جداول موجود است

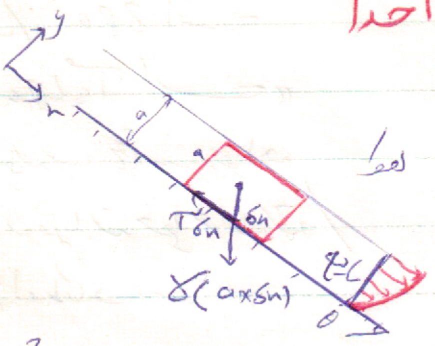
$$p(\pi r^2) = \sigma(2\pi r)$$

$$p = \frac{2\sigma}{r}$$

به نام خدا

مسئله 1-3:

گرادیان سرعت را روی سطح شیبدار بدست آورید.



«در واقع ضلع سوم a المان را برابر واحد 1 در نظر می‌گیریم»

$$\frac{du}{dy} = ?$$

یک المان از شکل در نظر می‌گیریم و نیروهای وارد بر آن را مشخص می‌کنیم

$$\tau\delta n = \gamma(a \times \delta n)\sin\theta$$

$$\tau = \gamma a \sin\theta = \mu\frac{du}{dy}$$

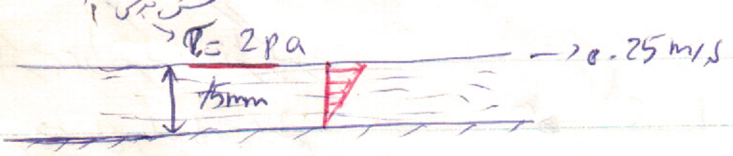
$$\tau = \mu\frac{du}{dy} \qquad \frac{du}{dy} = \frac{\gamma a \sin\theta}{\mu}$$

در قسمت پایینی مایع با جامد در تماس است که آن را در نظر می‌گیریم در قسمت بالا مایع با هوا در تماس است که اصطکاک آن کم است و از آن صرف‌نظر می‌کنیم

چون شتاب نداریم $\Sigma F = 0$ است

در بالا تنش برشی نداریم چون اصطکاک نداریم بنابراین گرادیان سرعت صفر است $\frac{du}{dy} = 0$

مسئله 1-14:



$$\mu = ?$$

$$\tau = \mu\frac{du}{dy}$$

در این مسئله قسمت بالا از سیال با یک جسم جامد در تماس است بنابراین از اصطکاک آن نمی‌توانیم صرف‌نظر کنیم.

تنش برشی روی یک سطح خاص تعریف می‌شود.

چون فاصله بین دو صفحه (فاصله این دو جسم جامد) خیلی کوچک است منطقی‌ترین توزیع سرعت توزیع خطی است

6

چون سرعت خطی است $\frac{du}{dy}$ برای همه صفحه‌ها یکی است
زیرا سرعت خطی است
« مقدار ثابت است و $\frac{du}{dy}$ در همه جا مقدار ثابت است بنابراین
آنگاه هر جا تنش برشی 2pa است
یعنی در صفحه پایینی هم $\tau = 2pa$ است »
اگر سیال با هوا درگیر باشد به دو ظرف دیگر تماس نخواهد شد / و اگر بین دو صفحه باشد خطی خواهد شد /
* و تنش برشی ها از اصطکاک است *

$$\frac{du}{dy} = \frac{0.25 - 0}{0.5 \times 10^{-3}} = 500 \frac{1}{s}$$

$$\mu = \frac{2}{500} = 0.004 \, pa\text{-}s$$

مسئله 1-16 :

$W = 600\ N$

$k = 300\ mm$ (شعاع ژیراسیون)

$d = 20\ mm$

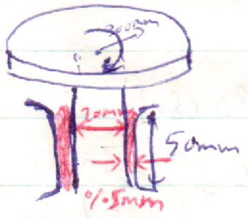
$L = 50\ mm$

$\delta = 0.05\ mm$

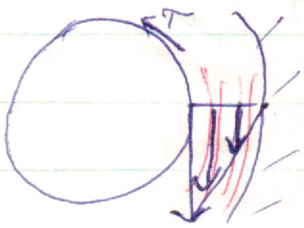
$\omega = 600\ r.p.m$

$\alpha = 1\ \frac{R.p.m}{min}$

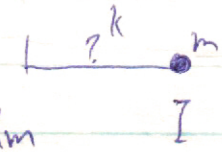
$\mu = ?$



محور را برش زدیم



$$\Sigma M = I\alpha$$



$$I = \int r^2 dm$$

اگر جرم را متمرکز در نظر بگیریم
چه شعاعی باید داشته باشیم
که I در هر دو یکسان باشد

$$I = \int r^2 dm = k^2 . m$$

$$I = 0.3^2 \times \frac{600}{9.81} = 5.504\ kg\ m^2$$

$\frac{\text{r.p.m}}{\text{دقیقه}} \times \frac{2\pi}{60} = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$\alpha = \frac{-1 \times \frac{2\pi}{60}}{60} = -\frac{\pi}{1800} \ \frac{rad}{s^2}$$

آیا جهتش درخلاف جهت حرکت

$$-M_f = -5.504 \times \left(-\frac{\pi}{1800}\right) \Rightarrow \boxed{M_f = 0.00946 \ N.m}$$

$$M_f = F \times \frac{d}{2} = (\tau \times \pi d l)(d/2)$$

$$\tau = \frac{2M_f}{\pi d^2 l} = \frac{2 \times 0.00946}{\pi (0.02)^2 (0.05)} = 301.12 \ pa$$

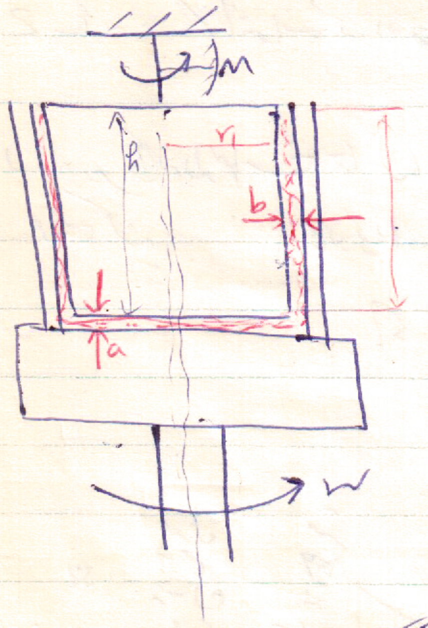
$$\boxed{\tau = 301.12}$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{(d/2 \cdot \omega) - 0}{\delta} = \frac{\left(\frac{0.02}{2} \times 600 \times \frac{2\pi}{60}\right)}{0.5 \times 10^{-3}} = 12566.37 \ \frac{1}{s}$$

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} = \frac{301.1}{12566.37} = 0.024 \ pa.s$$

مسئله فصل ۱ :

لزجت سنج :



$a = 0.3mm$

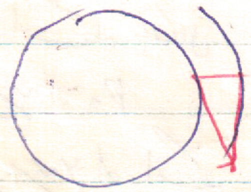
$b = 1.27mm$

$r_1 = 71 \ mm$

$h = 152mm$

$\omega = 160 \ r.p.m$

$M = 2.26 \ N.m$



$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{r\omega}{b} = \frac{(71 + 1.27) \times 160 \times \frac{2\pi}{60}}{1.27 \times 10^{-3}}$$

گشتاوری است که بر بدنه وارد شود $M_1 = F \times r_1 = \tau \cdot 2\pi r_1 h \cdot r_1$

$$M_1 = \left[\mu \left(\frac{du}{dy}\right)\right] \cdot 2\pi \times (0.71)^2 \cdot 0.152$$

$$M_1 = A\mu$$

چون فاصله تغییر است برابر با r = V
تعریف کرده و از صفر تا r_1 انتگرال
دیگر تعریف آن تغییر کرده گشتاور
در نظر گرفته شود

$$dM_2 = (dF)(r) = [\tau \times dA](r)$$
$$= \left[\mu \frac{r\omega}{a} \times (2\pi r\,dr)\right](r)$$

$$\int^{M_2} dM_2 = \int^{r_1} \left[\mu \frac{2\pi\omega}{a}\right] \times r^3\,dr \Rightarrow M_2 = \mu \frac{\pi\omega}{2a} r_1^4$$

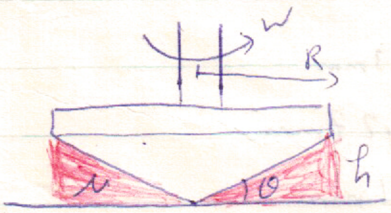
$$M_2 = \mu \left[\frac{\pi \times 160 \times \frac{2\pi}{60} (0.071)^4}{2 \times 0.3 \times 10^{-3}}\right]$$

$$M_2 = B\mu$$

$$M = M_1 + M_2 = \mu(A+B)$$

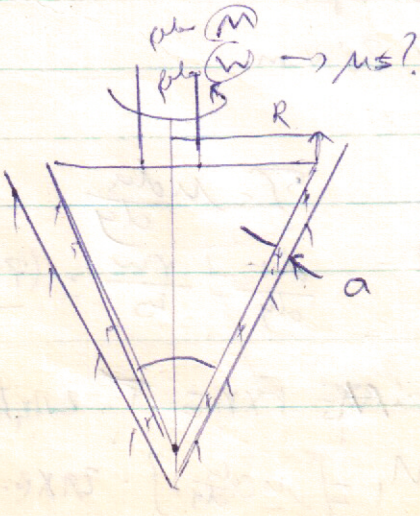
$$\mu = \frac{2.26}{A+B}\ \text{Pa·s}$$

۲ مسئله خودمان انتخاب کرده و حل کنیم



گشتاوری که لازم است تا صفحه با سرعت ω بچرخاند را حساب کنید. h کوچک است.

M = ?



SI: طول متر، جرم kg، زمان ثانیه

واحد فشار در SI، N/m^2 است که پاسکال نام دارد.

$Pa = N/m^2$

واحد فشار در cgs، dyn/cm^2 است که باری نام دارد.

cgs: طول سانتی‌متر، جرم گرم، زمان ثانیه

$1\,gr = 10^{-3}\,kg$ $\quad 1\,\frac{gr}{cm^3} = ?\,\frac{kg}{m^3}$

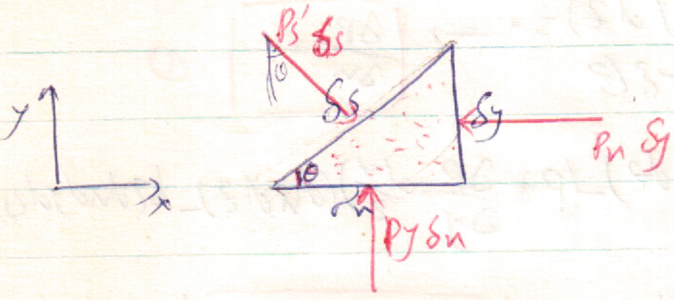
$1\,lit = 10^{-3}\,m^3$ $\quad 1\,\frac{gr}{lit} = \frac{10^{-3}\,kg}{10^{-3}\,m^3} = 1\,\frac{kg}{m^3}$

۹

فصل دوم:

هیدرواستاتیک:

فشار سیال در یک نقطه در تمامی جهات یکسان است.



نیروی فشار دو خاصیت دارد
۱. عمود بر سطح است
۲. جهت آن به سمت داخل سطح است

$\Sigma F_n = 0$

$\Sigma F_y = 0$

$$P_s'\,\delta s\,\sin\theta = P_n\,\delta y$$

$$P_s'(\delta s)\left(\frac{\delta y}{\delta s}\right) = P_n\,\delta y$$

$$\boxed{P_s' = P_n}$$

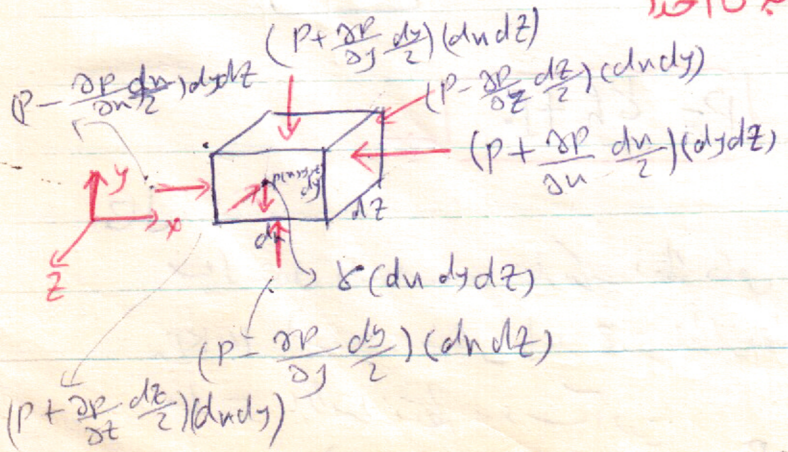
$$P_s'\,\delta s\,\cos\theta = P_y\cdot\delta n$$

$$P_s'\,\delta s\left(\frac{\delta n}{\delta s}\right) = P_y\cdot\delta n$$

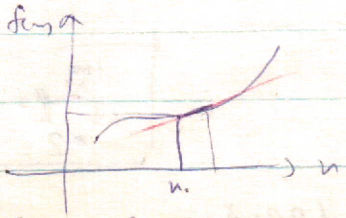
$$\boxed{P_s' = P_y}$$

$$\boxed{P_n = P_y = P_s}$$

به نام خدا



تنها نیرو از داخل سیال اعمال می‌شود نیروی وزن است که در راستای محور y است.



$f(n) = f(n_0) + \frac{m}{F(0)}(\Delta n)$

$f(n) = f(n_0) + f'(0)(\Delta n) + \frac{f''(n)}{2}(\Delta n)^2 + \frac{f'''(n)}{3!}(\Delta n)^3 + \dots$

* «فشار به صورت نیروی فشاری است نه کششی» *

$$\Sigma F_x = 0 \quad \left(P - \frac{\partial P}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)(dy\,dz) - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)(dy\,dz) = 0$$

$$\left[-\frac{\partial P}{\partial x}\right](dx\,dy\,dz) = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial P}{\partial x} = 0} \quad ①$$

چون حجم نمی‌تواند صفر باشد

$$\Sigma F_y = 0 \quad \left(P - \frac{\partial P}{\partial y}\frac{dy}{2}\right)(dx\,dz) - \left(P + \frac{\partial P}{\partial y}\frac{dy}{2}\right)(dx\,dz) - \gamma(dx\,dy\,dz) = 0$$

$$\left(-\frac{\partial P}{\partial y} - \gamma\right)(dx\,dy\,dz) = 0 \Rightarrow \boxed{-\frac{\partial P}{\partial y} - \gamma = 0} \quad ②$$

$$\Sigma F_z = 0 \quad \left(P - \frac{\partial P}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)(dx\,dy) - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)(dx\,dy) = 0$$

$$\left[-\frac{\partial P}{\partial z}\right](dx\,dy\,dz) = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial P}{\partial z} = 0} \quad ③$$

تغییرات فشار در راستای x و z وجود ندارد و دیگر فشار نخواهد تغییر کند فقط در راستای y تغییر می‌کند x و z در صفحه افقی قرار گرفته‌اند به همین دلیل هم گفته شد که فشار در سطح افقی صفر ثابت است و تغییر نمی‌کند.

چون فقط فشار برحسب y تغییر می‌کند $\frac{\partial P}{\partial y}$ به $\frac{dP}{dy}$ تبدیل می‌شود.

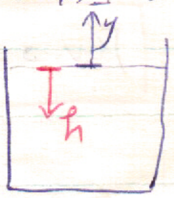
$$\boxed{\frac{dP}{dy} = -\gamma} \Rightarrow \int_{P_0}^{P} dP = -\gamma \int_{0}^{y} dy$$

چون γ ثابت است از داخل انتگرال بیرون می‌آید

P_0 در سطح آزاد / فشار در سطح مبدا

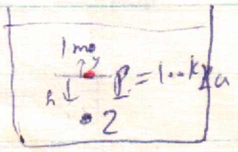
$$P - P_0 = -\gamma y$$

$$\boxed{P = -\gamma y + P_0}$$



$$\times \quad \boxed{P = \gamma h + P_0} \quad \times$$

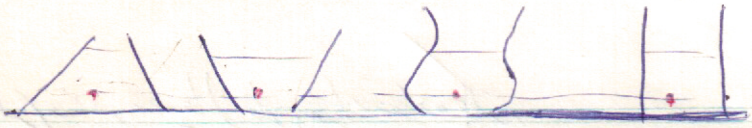
مثال:



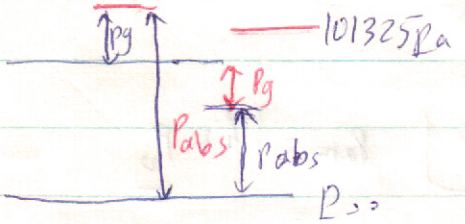
مثال: ستون آب است فشار در یک نقطه خاص 100 kPa است. فشار را در 2 متر پایین‌تر از نقطه و 1 متر بالاتر از نقطه به دست آورید.

$$\begin{cases} P_2 = (9806)(2) + 100\times10^3 \\ P_2 = -9806(-2) + 100\times10^3 \end{cases}$$

$$P_1 = 9806\times(-1) + 100\times10^{+3} =$$



فشار در همه این نقاط هم برابر است گرچه شکل ظرف مختلف باشد



جو معمولی Patm

$P_{abs} = P_g + P_{atm}$

فشار گیج 12bar است یعنی 2bar بیشتر از فشار اتمسفر معمول است "

$1\ Pa = 1\ N/m^2$

$1\ bar = 10^5\ Pa$

$1\ atm = 101325\ Pa$

→ psi = ? Pa

$\frac{lb}{in^2} \times \left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)^2 \times \frac{4.448\,N}{1\,lb} \times \left(\frac{1\,ft}{30.48\,cm}\right)^2 \times \left(\frac{100\,cm}{1\,m}\right)^2$

$= 6894.91\ N/m^2 = Pa$

$1\ \frac{lb}{in^2} = psi$

$1\ lb = 4.448\ N$

$1\ ft = 12\ in$

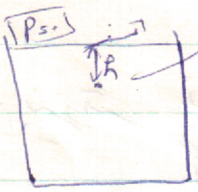
$1\ in = 2.54\ cm$

$1\ ft = 12 \times 2.54 = 30.48\ cm$

$1\ m = 100\ cm$

1 psi = 6894.91 Pa

psi = ? Pa



$P_g = \gamma h$

$9806\ Pa = 1\ mH_2O$

$19612\ Pa = 2\ mH_2O$

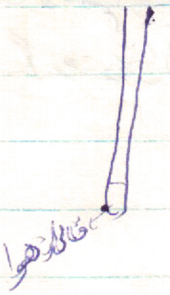
گاز ها به همه نقاط ظرف نیرو وارد میکنند.

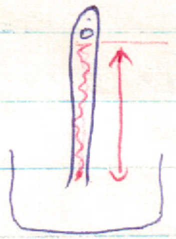
جایی که فشار باید اندازه گیری شود

فشار در درون یک اتاق با دقت خوبی برابر است

* تغییرات فشار در هوا با تغییرات ارتفاع معادل چند صد متر محسوس خواهد بود و مثلا در یک اتاق فشار هوا با دقت خوبی در همه نقاط اتاق از جمله سقف و کف اتاق با هم برابر است *

برای اندازه‌گیری فشار محیط از بارومتر استفاده می‌کنند.





$P_{atm} = \gamma h + P_v$

فشار بارومتریک $P_b = 680\ mmHg$

$P_g = 1.2\ bar$

فشار اتمسفر محلی = فشار بارومتریک

$P_{abs} = P_g + P_{bar}$

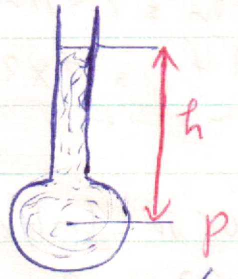
$P_{abs} = 1.2\times10^5 + (\underbrace{0.68}_{ارتفاع} \times \underbrace{9806 \times 13.6}_{چگالی})$ ($9806 = \gamma_w$, $13.6 = S$)

$S = \frac{چگالی}{آب}$

62.4 γ آب در سیستم انگلیسی

ساده‌ترین نوع مانومتر

پیزومتر:



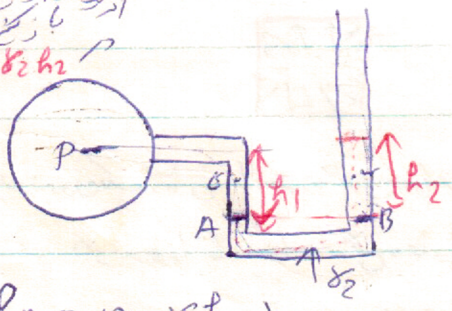
$p = \gamma \times h$

معایب پیزومتر: تنها فشارهای بالای ... را نشان می‌دهد. فشار خلاء را نمی‌تواند نشان دهد.

اگر گاز را بجای مایع درداخل پیزومتر قرار دهیم گاز فرار کرده و فشار را نشان نمی‌دهد

اگر دو نقطه در یک تراز باشند

$\gamma_1 h_1 = \gamma_2 h_2$



فشار دو نقطه A با B فرق دارد چون دو سیال متفاوت است.

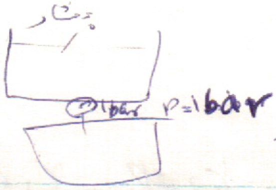
$P_A = P + \gamma_1 h_1$

$P_B = \gamma_2 h_2$

$\Rightarrow P + \gamma_1 h_1 = \gamma_2 h_2$

$\rightarrow P = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1$

P_{atm}



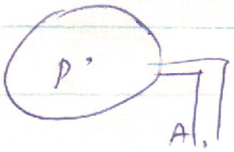
اگر ظرف باز باشد

اگر ظرف بسته باشد

13

$$P + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 = 0$$

اگر داخل ظرف به جای مایع گاز باشد فشار در گاز (در همه ابعاد) ثابت است

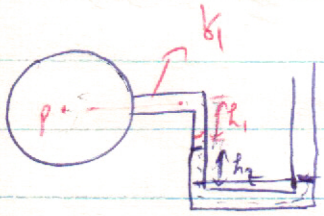


یعنی فشار در نقطه A برابر P است

یعنی:

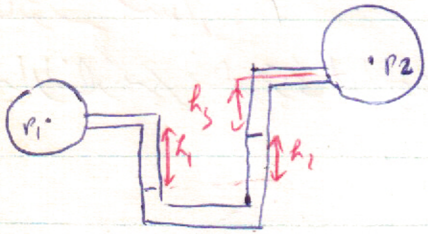
$$P = \gamma_2 h_2$$

اگر فشار داخل ظرف کمتر از فشار اتمسفر باشد



$$P + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 = 0$$

$$P = -(\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2)$$

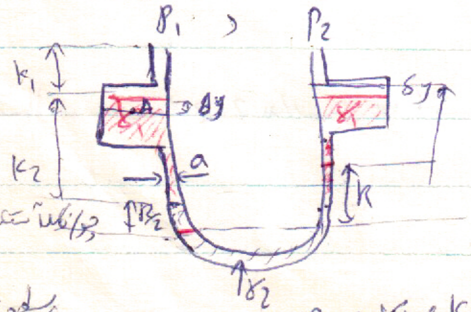


در مانومتر دیفرانسیلی اختلاف فشار بین دو نقطه را $P_2 - P_1$ را محاسبه می‌کنیم

P_1 فشار زیاد است $P_1 - \gamma_2 h_2 = P_2 \rightarrow P_1 - P_2 = \gamma_2 h_2$

$$P_1 + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 = P_2$$

میکرومانومتر:



$$\Delta y \times A = \frac{R}{2} \times a$$

حجمی که کم کرده

$$2\Delta y = \frac{a}{A} R$$

a سطح مقطع لوله کوچک

A سطح مقطع مخزن

$$P_1 + \gamma_1\left(k_2 + \frac{R}{2} - \Delta y\right) - \gamma_2 R - \gamma_1\left(k_2 - \frac{R}{2} + \Delta y\right) = P_2$$

$$P_1 + \gamma_1 (R - 2\Delta y) - \gamma_2 R = P_2$$

$$P_1 - P_2 = \gamma_2 R - \gamma_1 R\left(1 - \frac{a}{A}\right)$$

$$\boxed{P_1 - P_2 = R\left\{\gamma_2 - \gamma_1\left(1 - \frac{a}{A}\right)\right\}}$$

$\Delta p = 10\,kPa$
نفت

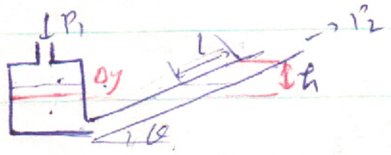
$a = 0.1$
$A = 1$
$\gamma_1 =$ نفت $\quad S = 0.8$
$\gamma_2 =$ آب
→ R

ارتفاع A را با مانومتر دیفرانسیلی
دیگر بار با میکرومانومتر

به نام خدا

مانومتر شیبدار:

برای اندازه‌گیری فشار جزئی از این وسیله استفاده می‌شود «در مانومترها ارتفاع معرف فشار است»

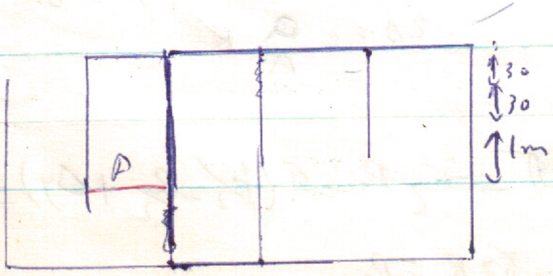


$$P_1 - P_2 = \gamma h = \gamma l \sin\theta$$

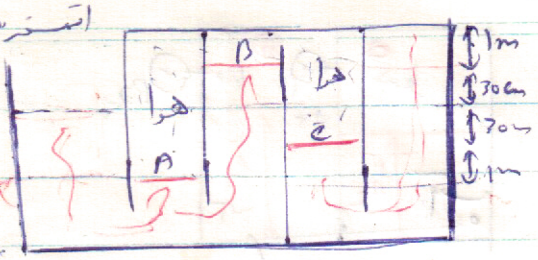
l را از سطح جدید می‌خوانیم

معمولاً در این مانومترها صفر را همان صفر اولیه «نقطه‌ای که در سطح هم‌ارتفاع هستند» در نظر می‌گیرند

مثال: مسئله 2-2 «دالتری»



«مفروض»



$P_A = \gamma(1.3)$

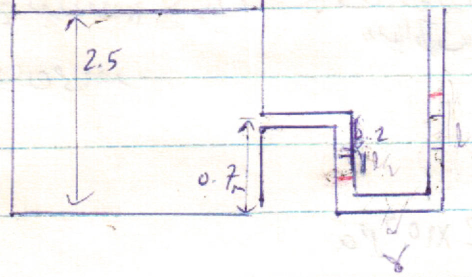
$P_B = -\gamma(1.3)$ $\quad P_B = P_A - 1.68$

$P_C = P_B = -.138$

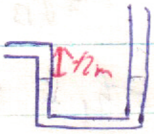
$P_D = P_C - 1.68 = -1.98$

مسئله ۳-۶ «داگلاس»

۳_۲۷ کتاب خودم:



وقتی فشار دو طرف برابر باشد پتانسیل در دو طرف دیگر ارتفاع تراز نگیرید که نقطه را نقطه صفر یا zero level می‌گویند



چون سطح مقطع دو طرف لوله برابر است $\frac{l}{2}$ در سطح سمت چپ پایین آمده و $\frac{l}{2}$ در سطح سمت راست بالا می‌رود. اگر سطح مقطعها با هم برابر نباشد از رابطه تغییر حجم ثابت در محاسبات استفاده می‌کنیم

$$0 + (2.5 - 0.7 + .12 + \tfrac{l}{2})\gamma_w - l\gamma = 0$$

طرفین را بر γ_w تقسیم می‌کنیم و γ/γ_w می‌شود S

$$2 + (\tfrac{1}{2} - S)l = 0$$

$$l = -\frac{2}{\frac{1}{2} - S}$$

$$l = -\frac{2}{0.5 - 1.75}$$

تمرین: اگر سطح مقطع لوله در سمت چپ 1.3 برابر سطح در سمت راست باشد l را حساب کنید.

$A_1 h_1 = A_2 h_2 \quad A_1 = 1.3 A_2$

$1.3 A_2 h_1 = A_2 h_2$

$1.3 h_1 = h_2$

$$0 + (2.5 - .7 + .2 + h_1)\gamma_w - \gamma\, 1.3 h_1 = 0$$

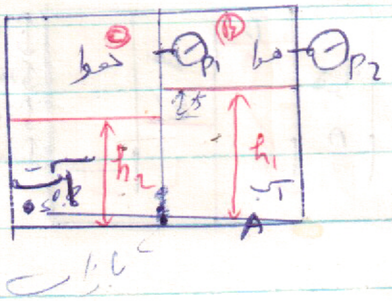
$(2 + h_1)\gamma_w - \gamma\, 1.3 h_1 = 0$

$2 + h_1 - S\, 1.3 h_1 = 0$

$2 + h_1(1 - 1.3S) = 0$

$h_1 = \frac{-2}{1 - 1.3S}$ ✱

$h_2 = \frac{2}{1 - 1.3S}(1.3)$ ✱



$P_2 = 2\ bar$

$h_1 = 2m$

$h_2 = 1.5m$

$P_1 = ?$

$P_A = ?$

چون مخزن از زیر با هوا ارتباط ندارد فشارهای هم سطح با هم برابرند «سر مخزن بسته است»
گیج ها «فشار سنج بوردون» فشار نسبی را نشان می‌دهد یعنی فشار سنج بوردون $P_C - P_B$ را به ما نشان می‌دهد.

$P_1 = P_C - P_B$

$P_2 = P_B - 0 = P_B = 2\times10^5\ Pa$

$P_A = P_B + \gamma h_1 = 2\times10^5 + 2\times9806 = \quad Pa$

$P_A = P_C + \gamma h_2 = P_C + 1.5\gamma$

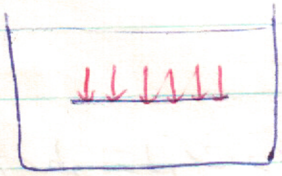
$P_C = 2\times10^5 + 0.5\gamma$

$P_1 = 0.5\gamma$

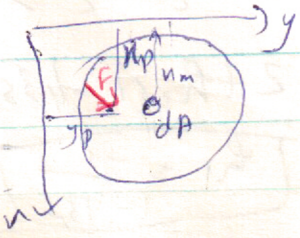
یا $P_C = P_B + 0.5\gamma$

بررسی نیروهای وارد به سطوح از طرف سیال:

نیرویی که از طرف سیال به یک سطح جسم وارد می‌شود



نیروی فشاری



$\int dF = \int p\, dA$

چون سطح‌ها سطح افقی است p ثابت است

$F = p.A$

که در نقطه‌ای که نیروی متمرکز قرار گیرد و همان فشار نیروی گسترده را دارد

$F x_p = \int dM = \int x\, dF$ (گشتاور)

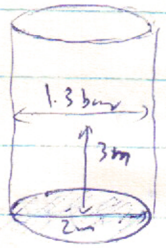
گشتاور نیروی گسترده حول محور با گشتاور نیروی متمرکز حول همان محور باید برابر باشد

$(P.A)(x_p) = \int x\, p\, dA$

$x_p = \frac{1}{A}\int x\, dA = \bar{x}$ — مرکز سطح

$y_p = \bar{y}$

یعنی اینکه نیروی گسترده را می‌توانیم به صورت نیروی واحدی به مرکز سطح روی مرکز سطح در نظر بگیریم
این رابطه فقط برای سطوح افقی صادق است ولی در سطحی که افقی نباشد
و مایل باشد این رابطه برقرار نیست.



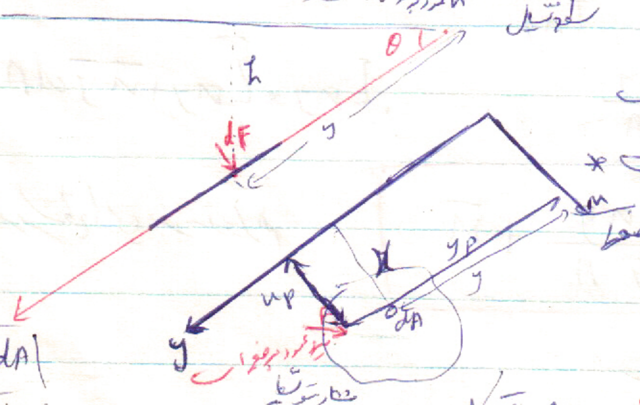
مخزن بسته است.
نیرویی که به کف مخزن وارد می‌شود چقدر است
و این نیرو به کجا قسمت وارد می‌شود.

$F = p \times A = (p_0 + \gamma h) A$

$F = (1.3\times10^5 + 3\times9806)(\pi)$ (از شعاع)

محل نیرو به مرکز سطح وارد می‌شود که دقیقاً مرکز دایره است

سطوح شیبدار تخت:



محور y در امتداد صفحه است همچنان
* مبدأ محور سطح آزاد مایع است *
سطحی که با هوا تماس باشد و فشار در آن صفر باشد

$\int dF = \int p \cdot dA$

$p = (y \sin\theta)(\gamma)$

$F = \gamma \sin\theta \int y\, dA$

به این دلیل فرمول به سطح مسطح داده می‌شود!

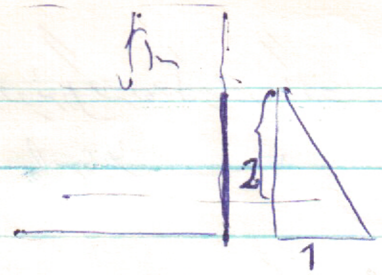
$F = \bar{p} A = \gamma \bar{h} A = \gamma \sin\theta \int y\, dA$

$\bar{h}$ عمق جایی که فشار آن با فشار متوسط برابر است

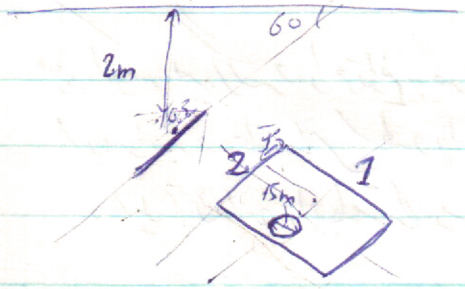
$\bar{h} = (\sin\theta) \frac{1}{A}\int y\, dA$ — مرکز سطح

$\bar{h} = \bar{y} \sin\theta$ — عمق مرکز سطح از سطح آزاد

18



$F=\bar{p}A=\gamma\bar{h}A=(9806)(\frac{4}{3}+1)(2\times\frac{1}{2})$



مطلوبست نیروی وارده به سطح از طرف سیال

$\bar{y}'\times(2\times1-\frac{\pi\,0.25}{4})=(2\times1)\times1-(\frac{\pi\times0.125}{4})(1.5)$

$y'=0.65$

$F=\gamma\bar{h}A=(9806)(0.65\sin60^\circ+2)(2-\frac{\pi\times0.125}{4})$

$F x_{p}=\int x\,dF$ $\qquad dF=p\,dA=\gamma y\sin\theta\,dA$

$(\gamma\bar{y}\sin\theta)(A)(x_p)=\int x(\gamma y\sin\theta)\,dA$ $\qquad F=(\gamma\bar{y}\sin\theta)A$

$\bar{y}$ فاصله مرکز سطح تا سطح آزاد

$\bar{y}\sin\theta$ عمق مرکز سطح تا سطح آزاد

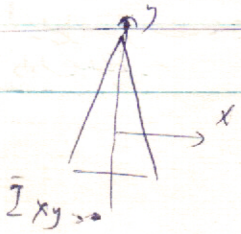
$x_p=\frac{1}{\bar{y}A}\underbrace{\int xy\,dA}_{I_{xy}}$

$x_p=\frac{I_{xy}}{\bar{y}A}$ $\qquad I_{xy}=\bar{I}_{xy}+\bar{x}\bar{y}\,dA$

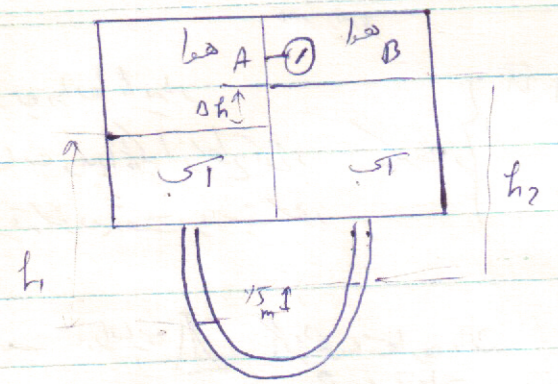
مرکز فشار $\boxed{x_p=\frac{\bar{I}_{xy}}{\bar{y}A}+\bar{x}}$

مرکز فشار و مرکز سطح را یکی نشونه دادم نمی‌گفتم.

I_{xy} هایی که از مرکز سطح عبور کند



queez



اگر ظرف ... باشد در دو نقطه A و A' برابر

اگر ... ظرف ... فشار در دو نقطه A و A' هم برابر است

$$\Delta h + h_1 = h_2 + 0.5$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 + 0.5$$

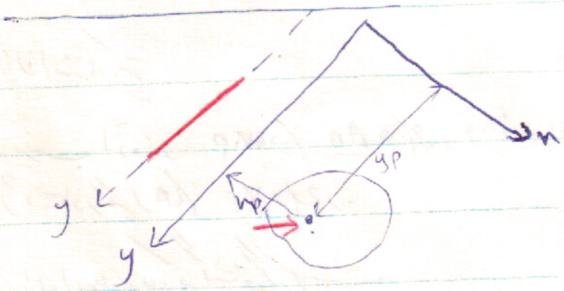
$$P_A + \gamma_w h_1 - 0.5(13.6 \times \gamma_w) - h_2 \gamma_w = P_B$$

$$0.5 + \frac{P_A - P_B}{\gamma_w} - 0.5 \times 13.6 = h_2 - h_1 + 0.5 = \Delta h$$

با فرض 0.5 + ... گرفتیم

نیروهای وارد به سطوح:

محورها عمود بر ...



$$x_p = \frac{I_{xy}}{\bar{y} A} = \frac{\bar{I}_{xy}}{\bar{y} A} + \bar{x}$$

$$F \times y_p = \int y \, dF \quad , \quad dF = (y \sin\theta)(\gamma)(dA)$$

$$y_p = \frac{1}{\gamma \bar{y} \sin\theta A} \int y (y \sin\theta)(\gamma) dA$$

اگر یک سیال همگن داشته باشیم
γ که از داخل انتگرال به بیرون انتگرال
ساده می‌شود باید ثابت
به صورت داشته باشیم

$$y_p = \frac{I_x}{\bar{y} A}$$

$$I_x = \bar{I}_x + \bar{y}^2 A$$

$$\boxed{y_p = \frac{\bar{I}_x}{\bar{y} A} + \bar{y}}$$

$$F = (\gamma \bar{y} \sin\theta)(A)$$ مقدار نیرو

$$x_p = \frac{I_{xy}}{\bar{y}A} = \frac{\bar{I}_{xy}}{\bar{y}A} + \bar{x}$$

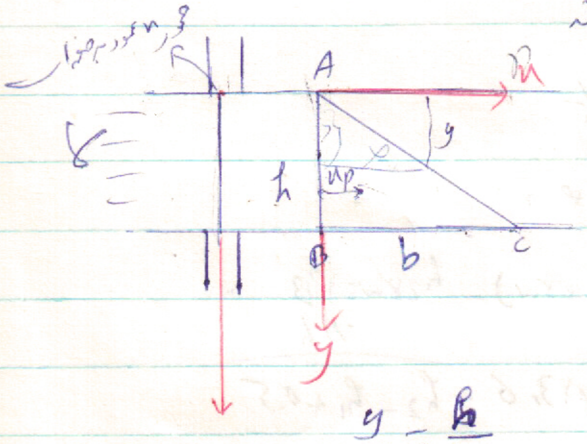
$$y_p = \frac{I_x}{\bar{y}A} = \frac{\bar{I}_x}{\bar{y}A} + \bar{y}$$

مرکز فشار

در استفاده از این روابط باید در دستگاه مختصات دمبرایی که از سطح آزاد باید در نظر گرفته شود دقت رعایت شود

اگر شکل متقارن باشد x_p روی $\bar{x}$ واقع

تمرین ۲ ـ ۳۸: گشتاور حاصل از نیروی وارده بر یک طرف مثلث را حول محور AB محاسبه کنید.



$$\frac{y}{x} = \frac{h}{b}$$

$$x = \frac{b}{h}y$$

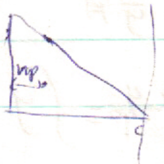
در حل این مسئله ۲ جور می‌توان عمل کرد

۱ـ المان نیرو یعنی اینکه المان سطح را در نظر بگیریم

۲ـ از روابط بالا استفاده کنیم

در این مسئله بجب اتفاق x_p همان AB محور x هاست فاصله بازوی گشتاور گیری همان x_p می‌شود.

اگر صورت مسئله اینطور بود که گشتاور گیری نسبت به محوری که از نقطه C می‌گذرد حساب شود



$b - x_p$ فاصله ما می‌شود

$$M = F \times (b - x_p)$$

در این مسئله‌ها باید دقت بشود حول کدام محورها گشتاور گیری صورت گیرد تا فاصله را رعایت کنیم.

$$M_{AB} = F x_p$$

$$F = (\gamma \bar{h})(A) = \gamma \left(\tfrac{2}{3}h\right)\left(\frac{hb}{2}\right)$$

$$F = \frac{\gamma h^2 b}{3}$$

$$I_{xy} = \int xy\,dA$$

$$= \int_0^h \int_0^{\frac{b}{h}y} xy\,dx\,dy = \int_0^h \left[\frac{yx^2}{2}\right]_0^{\frac{b}{h}y} dy$$

$$= \frac{b^2}{2h^2}\int_0^h y^3\,dy = \frac{b^2 h^4}{8h^2} = \frac{b^2 h^2}{8}$$

حد انتگرال را برحسب متغیر خارجی حد خارجی را برحسب عدد می‌نویسیم

$$\bar{y} = \frac{2}{3}h$$

$$A = \frac{hb}{2}$$

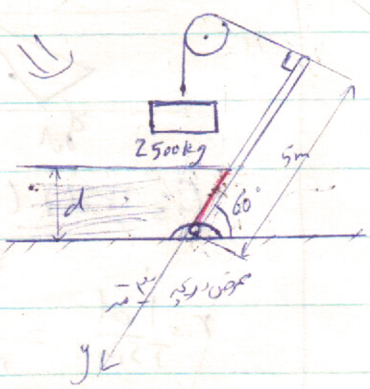
$$x_p = \frac{\frac{b^2h^2}{8}}{\left(\frac{2}{3}h\right)\left(\frac{hb}{2}\right)} = \frac{3}{8}b$$

مد نظر می‌باشد x_p را یا با I_{xy} یا $\bar{I}_{xy}$ بدست آوریم $\bar{I}_{xy}$ همان I_{xy} مرکزی است که از مرکز سطح بگذرد در I_{xy} ممکن است مرکز ثقل و یا مرکز سطحی نباشد.

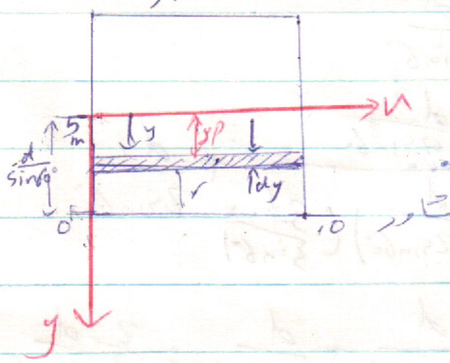
$$M_{AB} = \left(\frac{\gamma b h^2}{3}\right) \times \left(\frac{3}{8} b\right) = \frac{\gamma b^2 h^2}{8}$$

مسئله 5-3 کتاب

ص ۶۱



+ محور y از سطح آزاد به سمت عمق مایع



نسبت به محور گشتاور بگیریم

$x \sin 60° = d$

$x = \frac{d}{\sin 60°}$

$$M = 2500 \times 9.81 \times 5 = \int dM$$

$$dM = r\,dF = r(\gamma y \sin 60°)\,dA$$

$$dM = \left[\frac{d}{\sin 60°} - y\right](\gamma y \sin 60°)(3dy)$$

$$M = 122575$$

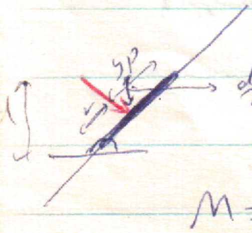
$$M = \int dM$$

$$122575 = 3\gamma \sin 60° \int_0^{\frac{d}{\sin 60°}} \left[\frac{d}{\sin 60°} - y\right] y\,dy$$

$$122575 = 3\gamma \sin 60° \left[\frac{d}{\sin 60°}\frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3}\right]_0^{\frac{d}{\sin 60°}}$$

$$122575 = \frac{3\gamma d^3}{6 \sin^2 60°}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{2 \times 122575 \times \sin^2 60°}{9866}} = 2.66\text{m}$$



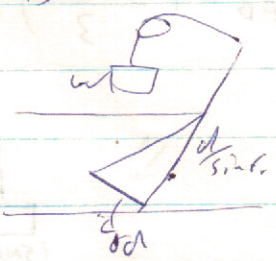
$\frac{d}{2}$ مرکز سطح

نسبت به سطح آزاد گشتاور بگیریم

$$M = 2500 \times 9.81 \times 5 = F\left(\frac{d}{\sin 60°} - y_p\right)$$

$$F = \gamma(\bar{y}\sin\theta)A = \left(\gamma \frac{d}{2}\right)\left(\frac{3d}{\sin 60°}\right)$$

[illegible]



$$F = \frac{(\gamma d)\left(\frac{d}{\sin 60}\right)}{2}(3)$$

$$r = \frac{1}{3}\frac{d}{\sin 60} = \frac{d}{3\sin 60}$$

$$\frac{\gamma d^3}{2\sin^2 60} = w \times 5$$

$$y_p = \frac{\bar{I}_x}{\bar{y}A} + \bar{y}$$

$$\bar{I}_x = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(3)\left(\frac{d}{\sin 60}\right)^3$$

$$\bar{y} = \frac{d}{2\sin 60°}$$

$$A = \frac{3d}{\sin 60°}$$

$$y_p = \frac{\frac{d^3}{4\sin^3 60}}{\left(\frac{d}{2\sin 60°}\right)\left(\frac{3d}{\sin 60°}\right)} + \frac{d}{2\sin 60°}$$

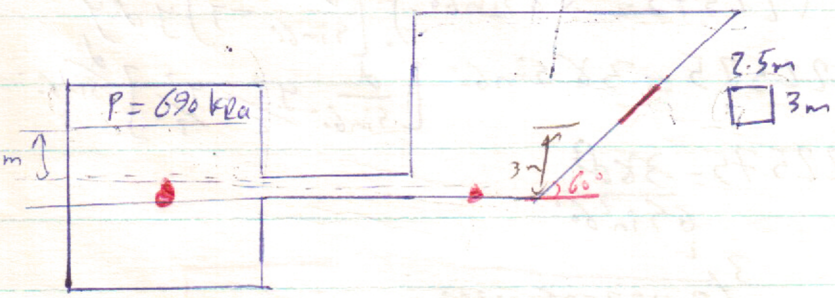
$$y_p = \frac{d}{6\sin 60°} + \frac{d}{2\sin 60°} = \frac{2}{3}\frac{d}{\sin 60°}$$

$$2500 \times 9.81 \times 5 = \frac{3\gamma d^2}{2\sin 60}\left(\frac{d}{\sin 60°} - \frac{2}{3}\frac{d}{\sin 60°}\right)$$

$$2500 \times 9.81 \times 5 = \frac{\gamma d^3}{2\sin^2 60°}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{2500 \times 9.81 \times 5 \times 2\sin^2 60}{9806}} = 2.66\text{m}$$

شیر 3_31:

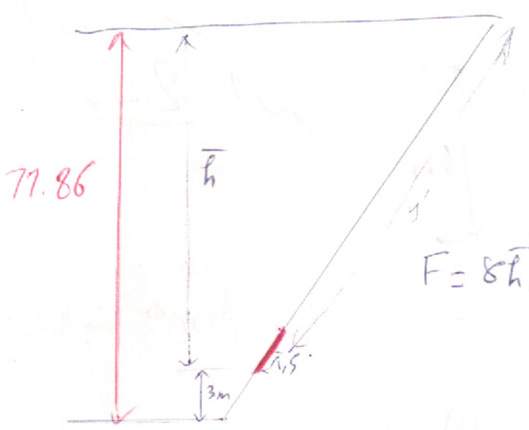


در اینجا سطح آزاد وجود ندارد
ولی سطح آزاد مجازی را تعریف می‌کنیم
و آن سطحی است که فشار صفر است

h ارتفاع سطح آزاد فرضی تا کف

$$690 \times 10^3 + 9806 \times 1.5 = 9806\, h$$

$$\Rightarrow h = 71.82$$



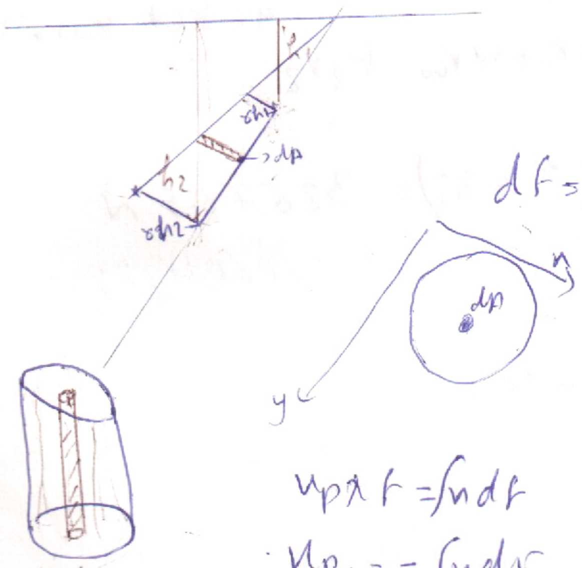
$F = \gamma \bar{h} A = 9806 \times (77.86 - 3 - 1.5 \sin 60^\circ)(2.5 \times 3)$

ادامه را خودتان حل کنید

مسأله به دلخواه از سطح فشار حل کنید.

به نام خدا

منشور فشار:



$dF = p \cdot dA = \gamma h \, dA = dV$

$F = \int dV = V$

تمام قطاع های این منشور مقدار فشار به اندازه γh است

$x_p \cdot F = \int x \, dF$

$x_p \cdot V = \int x \, dV$

$x_p = \frac{1}{V} \int x \, dV$

$x_p = \bar{x}$

$y_p \cdot F = \int y \, dF$

$y_p = \frac{1}{V} \int y \, dV$

$y_p = \bar{y}$

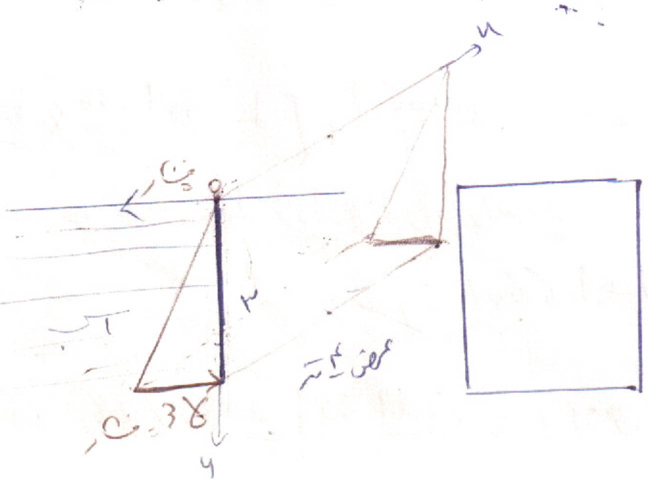
مرکز حجم های منشور فشار

نیرو برابر است با حجم منشور هنگامی که مرکز فشار با مرکز حجم در یک جاست

حجم منشور = مساوی نیرو

مرکز حجم = مرکز نیرو

مثال:



$F = V = \frac{38 \times 3}{2} \times 4 = 188$

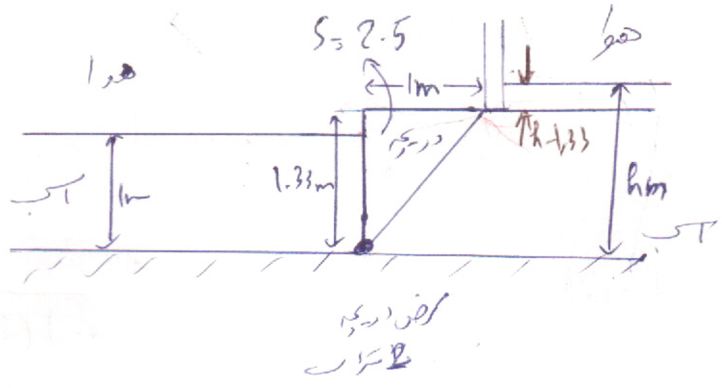
$x_p = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

$x_p = 2$

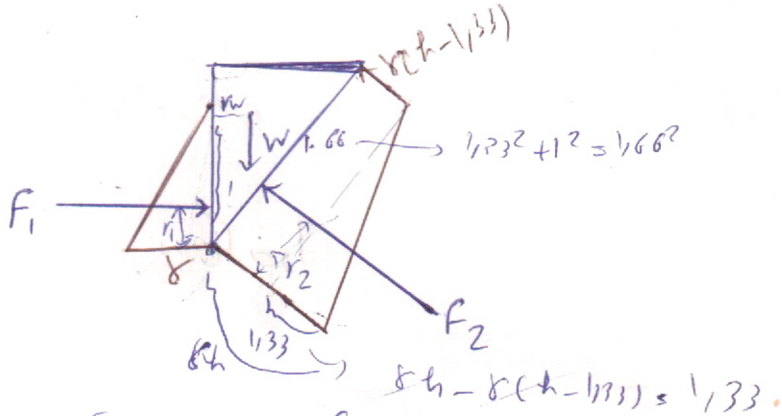
چون حجم مرکز تقارن دارد بنابراین وسط قرار می‌گیرد

$y_p = \frac{2}{3} \times 3 = 2 = \bar{y}$

الترتر: 2-70



آب دو طرف هیچ دخلی به هم ندارند



$\Sigma M_O = 0 \Rightarrow F_1 r_1 + W r_W = F_2 r_2$

$W = \left(\frac{1 \times 1.33}{2} \times 2\right)(2.5\,\gamma_w) = 32678.5\ N$

$32604.95\ N$

مرکز مثلث تا قاعده $r_W = 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} m$

$$\begin{cases} F_1 = \frac{\gamma \times 1}{2} \times 2 = 9806 \\ r_1 = \frac{1}{3} m \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_2 = \left(\frac{\gamma h + \gamma(h-1.33)}{2} \times 1.66\right)(2) = 1.66\gamma(2h-1.33) \\ r_2 = \end{cases}$$

چون سطح ما مستطیل است مرکز جرم با همان مرکز سطح است

$r_2 \times \left[\frac{h + h - 1.33}{2} \times 1.66\right] = \left[1.66(h-1.33)\frac{1.66}{2}\right] + \left[\frac{1.33 \times 1.66}{2} \times \frac{1.66}{3}\right]$

چون در هر دو طرف معادله γ داریم γ را ساده می‌کنیم

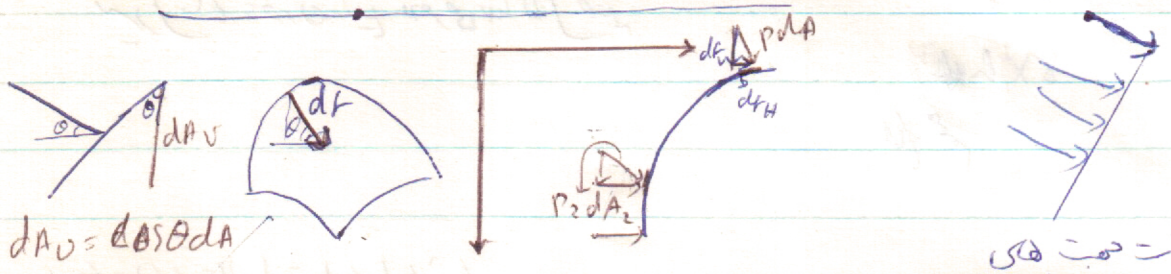
$r_2 = \frac{1.66(h-1.33) + 1.66 \times 1.33/3}{2h - 1.33}$

$F_2 \times r_2$

$\left[1.66\,\gamma\left[1.66(h-1.33) + \frac{1.66 \times 1.33}{3}\right]\right] = 32678.5 \times \frac{1}{3} + 9806 \times \frac{1}{3}$

$\Rightarrow \boxed{h = 1.48 m}$

نیروهای فشاری وارد بر سطوح منحنی:



$dA_v = \cos\theta dA$

$F_v = \int df_v$

$F_H = \int dF_H$

$F = \sqrt{F_v^2 + F_H^2}$

در سطح تخت جهت های
نیرو یکی است دیفرانسیلهای
آنها را جمع پذیر کرده یعنی انتگرال
میگیریم ولی در سطوح منحنی
نمی توانیم نیروها را جمع کنیم
چون جهت آنها یکی نیست

$dF = pdA$

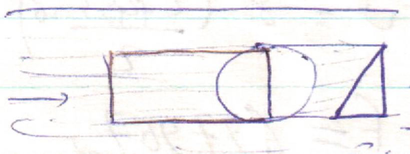
* مولفه نیروی افقی

$dF_H = (dA)\cos\theta$

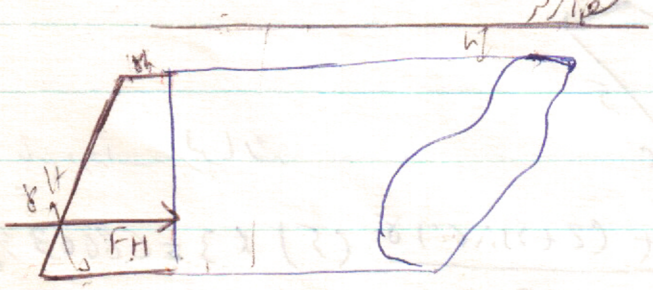
$dF_H = P(\cos\theta\, dA)$

$F_H = \int dF_H = \int P\, dA_v$

تصویر سطح را بر امتداد قائم



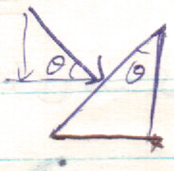
اگر استوانه بود
شکل
مقدار دیگری
داره خواهد شد.



مولفه نیروی قائم

$df_v = df(\sin\theta)$

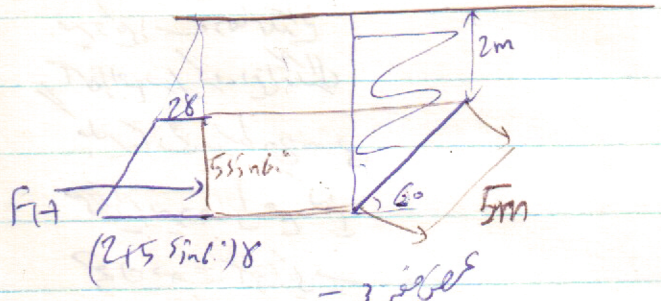
$df_v = P(\sin\theta\, dA)$



$\gamma \times h \times A$

A: حجم

نیرو قائم = وزن مایع در حجم بالای صفحه



عرض صفحه 3 متر

نیروی فشاری قائم و افقی این سطح شیبدار را بدست می‌آوریم

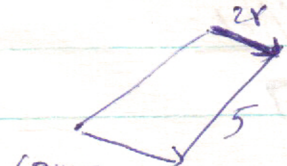
سطح شیبدار نوع خاصی از سطح منحنی است

$$F_H = \left(\frac{(2+5\sin 60°)\gamma + 2\gamma}{2}\right)(5\sin 60°)(3) = 530561\ N$$

$$F_V = \gamma\left(\frac{2+2+5\sin 60°}{2}\right)(5\cos 60°)(3) = 453409\ N$$

$$F = 697907\ N$$

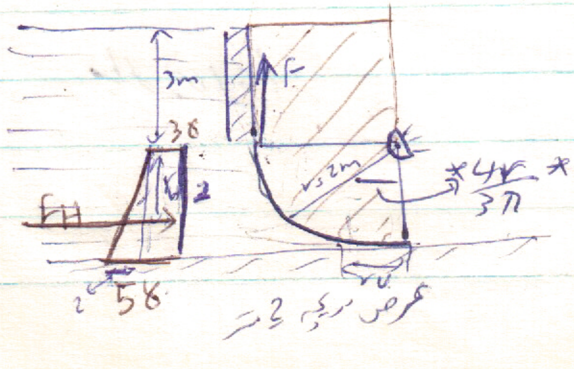
لذا نشود نشان



باید دو جواب برابر باشد

$$F = \frac{2\gamma + (2+5\sin 60°)\gamma}{2}(5) \times 3 = 680639\ N$$

سؤال 78 - 2 التریت



$$F_H = \left[\frac{3\gamma + 5\gamma}{2} \times 2\right] \times 2 = 16\gamma$$

$$\left[\frac{8}{2} \times 2\right] = (3\times 2)(1) + \frac{2\times 2}{2}\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$= \frac{6+\frac{8}{3}}{8}$$

اگر سطح آزاد وجود نداشته باشد
سطح آزاد مجازی را رسم کرده و تا ارتفاع سطح آزاد
حجم مایع تا سطح

$F_V = \gamma (3\times 2 + \frac{1}{4}\pi \times 2^2) \times 2 = (12+2\pi)\gamma$

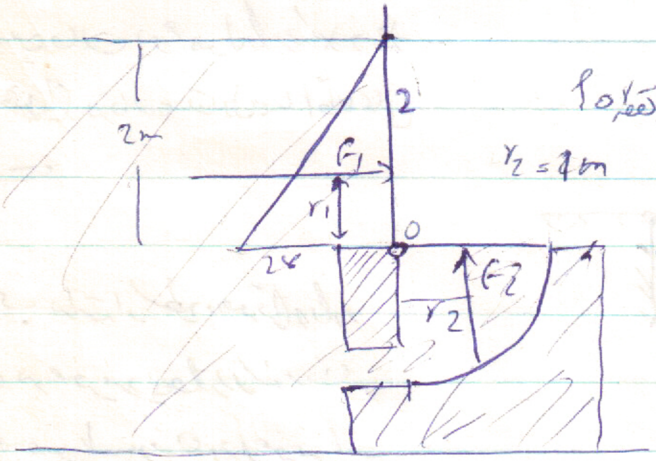
$r_V (3\times 2 + \pi) = (3\times 2)(1) + (\pi)(\frac{4r}{3\pi})$

$r_V = \frac{6+\frac{8}{3}}{6+\pi}$

$F\times 2 + F_V \times r_V - F_H \cdot r_H = 0$

به نام خدا

4 ucez



مجموع گشتاورهای وارد بر دریچه حول نقطه O ؟

معادله گشتاور

$F_1 = \frac{2\times 2\gamma}{2} \times 2 = 4\gamma$

$r_1 = \frac{1}{3}\times 2 = \frac{2}{3}$

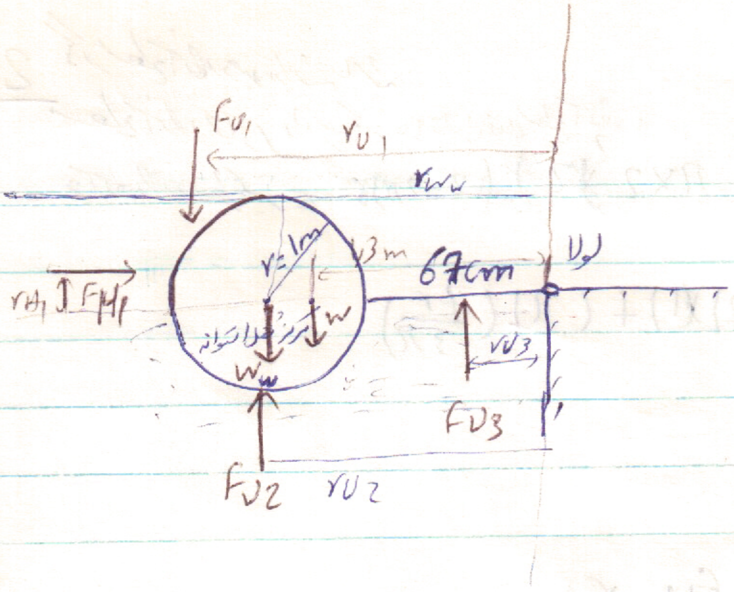
$F_2 = (2\gamma)(2) = 4\gamma \Rightarrow \gamma(V) = \gamma(2\times 1)(2)$

$r_2 = 0/5$

$(4\gamma)(\frac{2}{3}) - (4\gamma)(\frac{1}{2}) = M$

$\boxed{\frac{2}{3}\gamma = M}$

2-99



در نیم استوانه بالایی نیروهای افقی چون شکل ما متقارن است همدیگر را خنثی می‌کنند

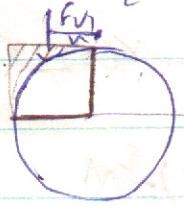
$$-F_{v_1} r_{v_1} + F_{H_1} r_{H_1} + F_{v_2} r_{v_2} + F_{v_3} r_{v_3} - \underbrace{W \times r_W}_{*} - \underbrace{W_W \times r_{W_W}}_{*}$$

* و * را دو جزء این حالت دو جمع لحاظ کرده‌ایم ولی باید در حالت تعادل به ما اطلاعاتی را داده است

چون آب در اینجا از سطح دو طرف قرار دارد نیازی به هر دو نیرو نیست و در حالت تعادل ... صفر شد.

$$W \cdot 1.3 = F_{v_2}(1.67) = \frac{\pi \gamma}{2} \cdot 1.67 = 25723 \ \text{N/m}$$

$$F_V = \gamma\left(\frac{\pi}{2} \times 1^2\right)(1) = \frac{\pi \gamma}{2}$$

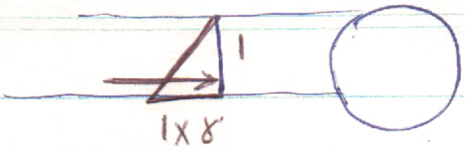


$$F_{v_1} = \left(1 \times 1 \times 1 - \frac{\pi}{4}\right)(\gamma) = 2104 \ \text{N}$$

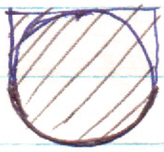
$$x\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = (1 \times 1)\left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{\pi \times 1^2}{4}\right)\left(\frac{4r^{(1)}}{3\pi}\right)$$

$$= 0.775 \text{m}$$

$$r_{v_1} = 1.67 + 0.775 = 2.425 \text{m}$$



$$\begin{cases} F_{H_1} = \frac{\gamma \times 1}{2} \times 1 = \gamma/2 = 4903\,N \\ y_{H_1} = \frac{1}{3}(1) = \frac{1}{3}\,m \end{cases}$$



اگر امتداد سیم‌های ... رو خطها قائم کشیده تا به سطح آزاد واقعی یا فرضی برسیم

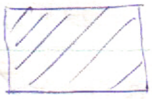
$$F_{V_2} = \left(2\times 1 + \frac{\pi \times 1^2}{2}\right)(1)(\gamma) = 35015\,N$$

$$y_{V_2} = 1.67\,m$$

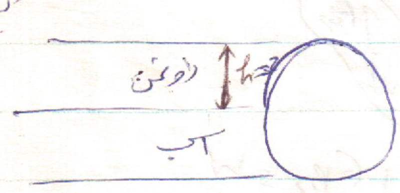
$$F_{V_3} = (\gamma \times 1)(0.67 \times 1)$$

$$y_{V_3} = \frac{0.67}{2}$$

در این حالت سطح منحنی و
سطح مقطع x فشار = نیرو
یا



اگر چند سیال داشته باشیم همه را به یک سیال تبدیل کنیم

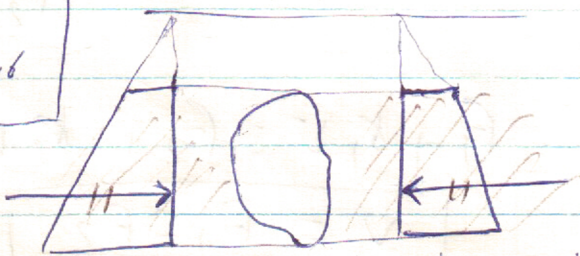


$$\gamma_{\text{روغن}} \times 2 = \gamma_{\text{آب}} \times H$$

$$H = S_{\text{روغن}} \times 2 = .8 \times 2 = 1.6$$

نیروی شناوری:

محاسبه نیروی وارد بر حجم:

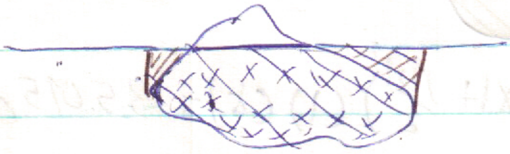


برآیند نیروهای افقی وارد بر یک حجم از طرف سیال صفر است

$$F_B = F_{U_2} - F_{U_1} = \gamma V$$

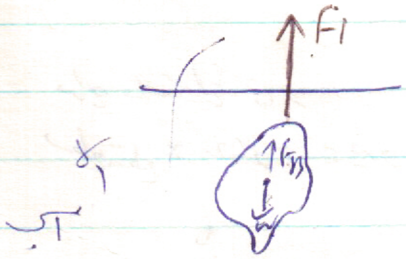
اندازه نیروی بالابرنده ارشمیدس را قائم و جهت بالا
و مقدار آن برابر با γ در حجم جسم است

اگر جسم شناور باشد:



$$F_B = \gamma V$$

V قسمتی از جسم که داخل آب قرار
میگیرد که ارشمیدس آنرا حجم
جابجا شده توسط جسم بیان کرد

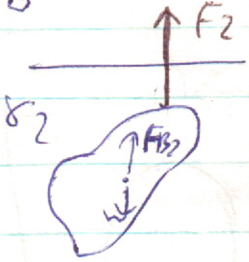


از کاربردهای این رابطه برای اجسام
نامنظم است

V: حجمی که داخل آب بود

$$F_1 + F_B = W$$

$$F_1 + \gamma_1 V = W$$



F_1 و F_2 را با نیروسنج
می‌توانیم بسنجیم

$$F_2 + F_{B_2} = W$$

$$F_2 + \gamma_2 V = W$$

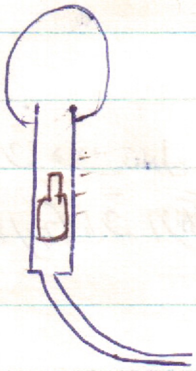
$$F_1 + \gamma_1 V = F_2 + \gamma_2 V$$

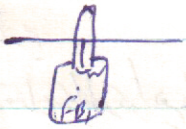
$$\boxed{V = \frac{F_1 - F_2}{\gamma_2 - \gamma_1}}$$

در حالت شناوری نیروی وزن باید با نیروی بالایی برابر باشد

$$W = F_1 + \gamma_1 \left(\frac{F_1 - F_2}{\gamma_2 - \gamma_1} \right) \Rightarrow \boxed{W = \frac{\gamma_2 F_1 - \gamma_1 F_2}{\gamma_2 - \gamma_1}}$$

از کاربردهای دیگر ارشمیدس چگالی سنج می باشد.

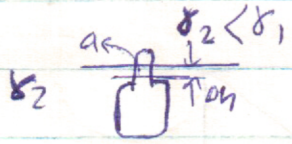




اگر آب باشد

$F_B = W \Rightarrow \gamma_1 V_1 = W$

نیروی بالابری به مرکز حجم جسم که داخل آب قرار دارد وارد می شود.



اگر الکل باشد

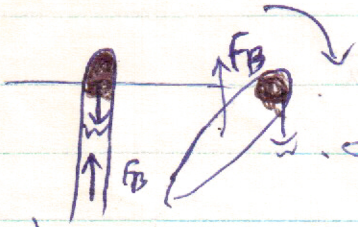
$\gamma_2 V_2 = W$

$$\gamma_1 V_1 = \gamma_2 (V_1 + \Delta V)$$

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{V_1}{V_1 + a\Delta h} \Rightarrow \boxed{S = \frac{1}{1 + \frac{a}{V_1}\Delta h}}$$

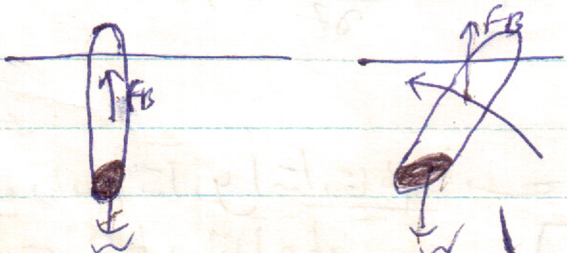
پایداری اجسام شناور:

تعادل ناپایدار



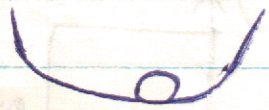
قسمت بالای جسم سنگین تر از قسمت پائین است.
یعنی اینکه مرکز ثقل جسم در راس جسم قرار گرفته است.

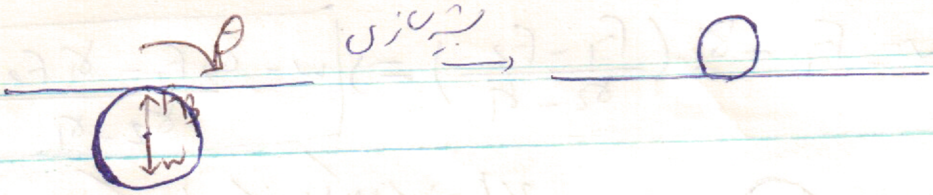
شبیه سازی



تعادل پایدار

شبیه سازی



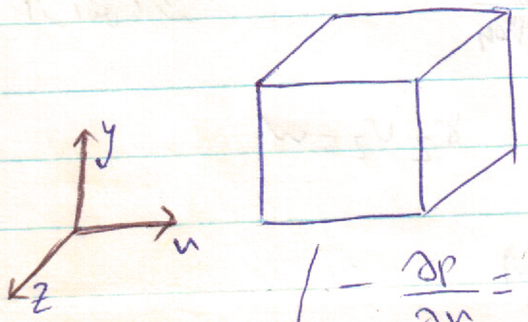


تعادل خنثی

اگر w زیر F_B باشد هم تعادل پایدار داریم
ولی اگر w بالای F_B باشد [illegible] هم به تعادل ناپایدار خواهیم داشت

به نام خدا

ظروف شتابدار:



$$-\vec{\nabla} p - \gamma j = 0$$

چون ظرف ما شتاب ندارد

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ -\dfrac{\partial p}{\partial y} - \gamma = 0 \\ -\dfrac{\partial p}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

$$-\vec{\nabla} p - \gamma j = \rho \vec{a}$$

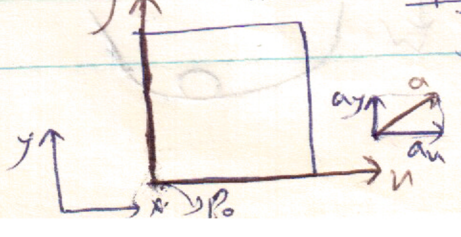
شتاب

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial p}{\partial x} = \rho a_x \\ -\dfrac{\partial p}{\partial y} - \gamma = \rho a_y \\ -\dfrac{\partial p}{\partial z} = \rho a_z \end{cases}$$

- شتاب خطی در صفحه:

* دقت کنید که دیواره ها در امتداد y و امتداد قائم است *

هدف ما این است که تغییرات فشار را در داخل این ظرف سیال به دست آوریم



فشار یک کمیت پیوسته است

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho a_x$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} - \gamma = \rho a_y$$

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy$$

گاهی از رابطه بالا نوشته شود که p پیوسته باشد.

و فشار پیوسته است

$$\int dp = -\rho a_x \int dx - (\rho a_y + \gamma)\int dy$$

$$p = -(\rho a_x)x - (\rho a_y + \gamma)y + c$$

برای یافتن c فرض می‌کنیم دستگاه مختصات مانند شکل، مبدأ منطبق با سطح آزاد و فشار در مرکز مبدأ p_0 داشته باشیم

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow p = p_0 \qquad p_0 = c$$

$$\gamma = \rho g$$

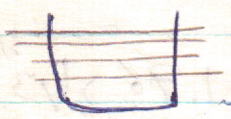
$$\rho = \frac{\gamma}{g}$$

$$* \quad \boxed{p = -\left(\frac{\gamma}{g}a_x\right)x - \gamma\left(\frac{a_y}{g} + 1\right)y + p_0} \quad *$$

در این حالت فشار در راستای x نیز مطابق رابطه بالا تغییر می‌کند

اگر ظرفی در راستای x شتاب داشته باشد یعنی اینکه فشار در آنجا در x تغییرات صفر نیست

خطوط هم فشار: خطوطی که دارای فشار یکسان باشند



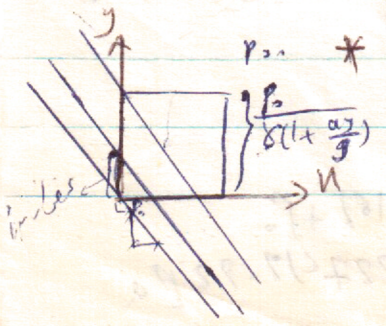
ظرفی که شتاب نداشته باشد

حتی اگر در راستای y هم داشته باشد

ولی در راستای x شتاب نداشته باشد

برای یافتن خطوط هم فشار در معادله بالا y را بر حسب x می‌یابیم

معادله خطوط هم فشار



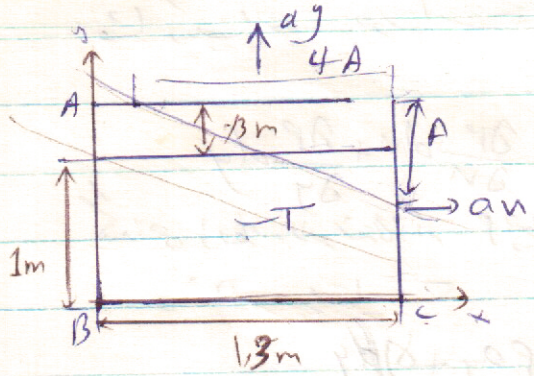
$$* \quad \boxed{y = \frac{-\frac{a_x}{g}}{1 + \frac{a_y}{g}}x + \frac{p_0 - p}{\gamma\left(1 + \frac{a_y}{g}\right)}} \quad *$$

شیب خط — عرض از مبدا

a_y تاثیری در شیب خط ندارد و همه خطوط هم فشار موازی خواهند بود

مسأله: 114 «استریتر» 2-124 P:78

* دستگاه مختصات را نشان داده شود *



$$P = -\left(\frac{\gamma}{g}a_x\right)x - \gamma\left(\frac{a_y}{g}+1\right)y + P_0$$

$a_x = 4.903$
$a_y = 9.806$

$$P = -\frac{\gamma}{2}x - 2\gamma y + P_0 \qquad P_0 = P_B$$

$$m = \frac{-\frac{a_x}{g}}{1+\frac{a_y}{g}} = -\frac{\frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4}$$ شیب خطوط فشار ثابت

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{4}$

به ازای یک واحد Δy، 4 واحد Δx داریم

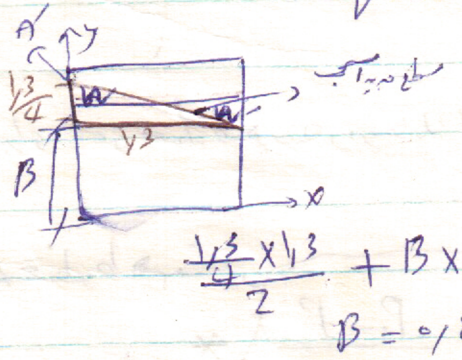
برای اینکه بفهمیم سطح آب کجاست
چون مایع از ظرف خارج نشده و ریخته است
حجم مایع در دو حالت باید برابر باشد.
حجم خالی + حجم آب داخل ظرف = حجم خالی + حجم آب داخل ظرف
حجم خالی تحت دوم = حجم خالی حالت اول

فرض می‌کنیم از سمت ظرف بالا باشد

$$\frac{4A \times A}{2} = 0.3\,(1.3)$$

$$A = \sqrt{\frac{.3 \times 1.3}{2}} = 0.441 \Rightarrow 4A = 1.76 > 1.3$$ غلط

طول ظرف است



دو حالت وجود دارد
یا آب کنج A را خیس نکند
یا از کنار ظرف بریزد

$$\frac{\frac{1.3}{4} \times 1.3}{2} + B \times 1.3 = 1.3 \times 1$$

$B = 0.838$

$B + \frac{1.3}{4} < 1.3$ فرض درست است.

$$A' = \begin{cases} x = 0 \\ y = 1.16 = 1 + \frac{1.3}{4} \end{cases}$$

$0 = -\frac{\gamma}{2}(0) - 2\gamma(1.16) + P_0$

$P_0 = 2\gamma(1.16) = 22749.92\ Pa$

ادامه‌ی ش

$$P = -4903x - 19612y + 22749{,}92$$

$$P_B = P_0 = 22749{,}92$$

$$C\begin{cases} x = 1{,}3 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow P_C = -4903(1{,}3) + 22749{,}92$$

$$\boxed{P_C = 15375{,}42\ pa}$$

$$\boxed{P_C = 16376{,}02}$$ ✓

$P_A = 0$ در نقطهٔ A مایع وجود ندارد و فشار آن همان فشار اتمسفر است
رابطه‌ها با هم در اینجا برقرار است.

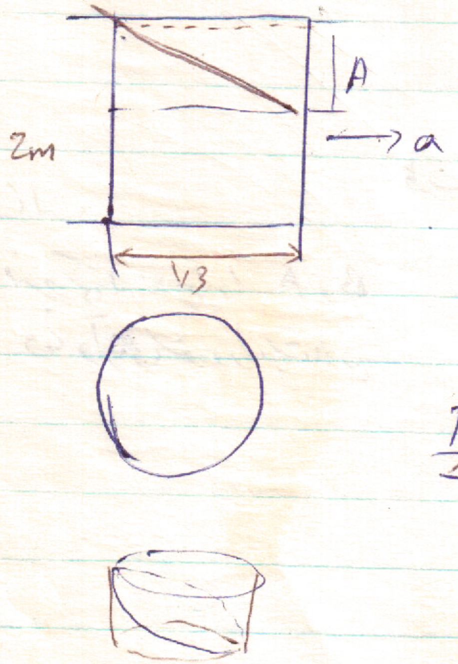
$$y = -\frac{1}{4}x - \frac{P - 22749{,}92}{19612}$$ برای رسم خطوط هم‌فشار ثابت مقادیر را می‌دهیم

* حجم در حالت سکون و حرکت باید برابر باشد

2-125 p:78

سؤال <u>115</u> "اتمسفر".

که مخروطی است.



$$m = \frac{-\frac{a_x}{g}}{1 + \frac{a_y}{g}} \Rightarrow m = -\frac{a_x}{g}$$

$a_y = 0$

ارتفاع = حجم سهمی‌وار = $\frac{1}{3}$ حجم کل

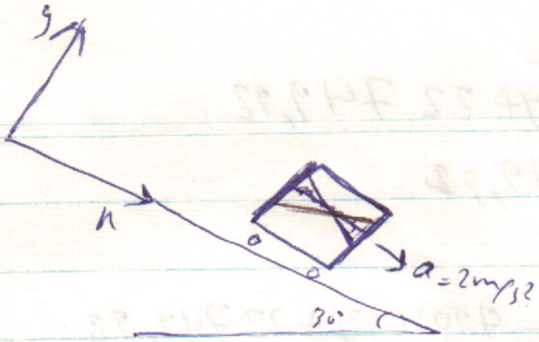
$$\frac{\frac{\pi D^2}{4} \times A}{2} = \frac{1}{3}\left(\frac{\pi D^2}{4} \times 2\right)$$

$$\boxed{A = \frac{4}{3}\ m}$$

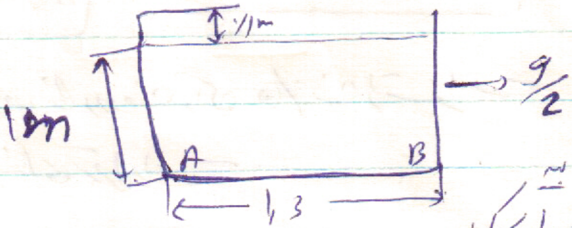
$$m = \frac{-\frac{4}{3}}{\sqrt{3}} = -\frac{a_x}{g}$$

$$a_x = \frac{9 \times 4}{3\sqrt{3}} \Rightarrow a_x = 10.057\ m/s^2$$

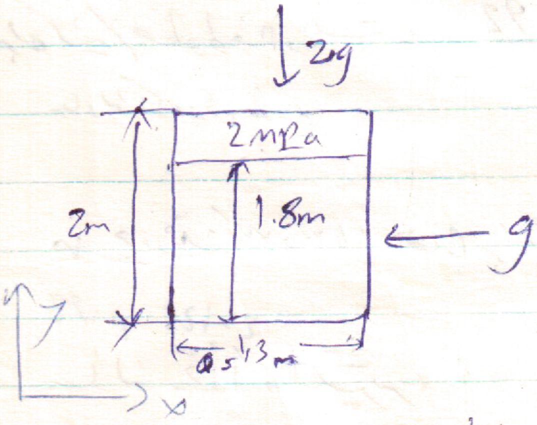
* مسئله:
شیب سطح آب را نسبت به دستگاه مختصات بدست آورید.



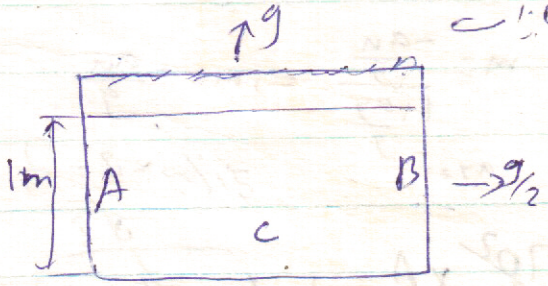
مسئله:
فشار در نقاط A و B را بیابید و خطوط فشار ثابت را رسم کنید.



* مسئله:
فشار در نقاط A, B, C و D را بیابید.



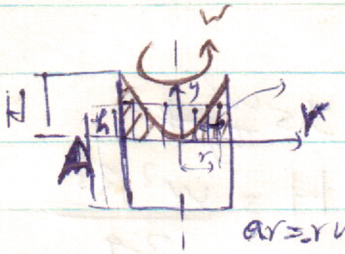
فشار سطح مخزن را بیابید.



ظرف باز است

مسئله:
نیرویی که به دیواره‌ها A و B و ته وارد می‌شود را بدست آورید

دوران ثابت حول محور قائم :



وقتی که ظرف دوران کند سطح مایع به شکل «سهموی» در می‌آید.

$a_r = r\omega^2$

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial p}{\partial r} = \rho a_r \Rightarrow \dfrac{\partial p}{\partial r} = \rho r \omega^2 \\ -\dfrac{\partial p}{\partial y} - \gamma = \rho a_y \overset{a_y = 0}{\Rightarrow} \dfrac{\partial p}{\partial y} = -\gamma \end{cases}$$

چون فشار پیوسته است

در نتیجه دیفرانسیل کامل داشته باشد

$$dp = \frac{\partial p}{\partial r} dr + \frac{\partial p}{\partial y} dy$$

$$\int dp = \int \rho r \omega^2 dr - \int \gamma dy$$

$$p = \frac{\rho \omega^2 r^2}{2} - \gamma y$$

حال به ازای سطح آزاد $P = 0$ است

$$y = \frac{\rho \omega^2 r^2}{2\gamma} - \frac{p}{\gamma} \Rightarrow \boxed{y = \frac{\omega^2}{2g} r^2 - \frac{p}{\gamma}}$$

برای یافتن معادلات سطوح ثابت

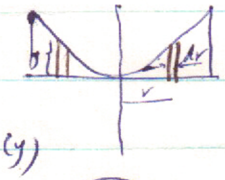
از معادله فشار P را ثابت قرار می‌دهیم

$$y = \frac{\omega^2}{2g} r^2$$

معادله سطح آزاد مایع

برای یافتن h باز هم از تساوی حجم‌ها استفاده می‌کنیم

$V = \pi R^2 h$



$$dV = (2\pi r\, dr)(y)$$

$$\int dV = \int^R (2\pi r\, dr)\left(\frac{\omega^2}{2g} r^2\right)$$

$$V = \frac{\pi \omega^2}{g} \int^R r^3 dr \Rightarrow V = \frac{\pi \omega^2 R^4}{4g}$$

$$\pi R^2 h = \frac{\pi w^2 R^4}{4g}$$

$$\boxed{h = \frac{w^2 R^2}{4g}}$$

$$y = \frac{w^2}{2g} r^2$$

$$H = \frac{w^2 R^2}{2g}$$

در نتیجه h و H ⇐ ظرف با هر سرعتی که دوران کند

$$\boxed{H = 2h}$$

به همان اندازه که سطح آب از ارتفاع اولیه پایین می‌رود به همان اندازه از ارتفاع اولیه بالا می‌رود.

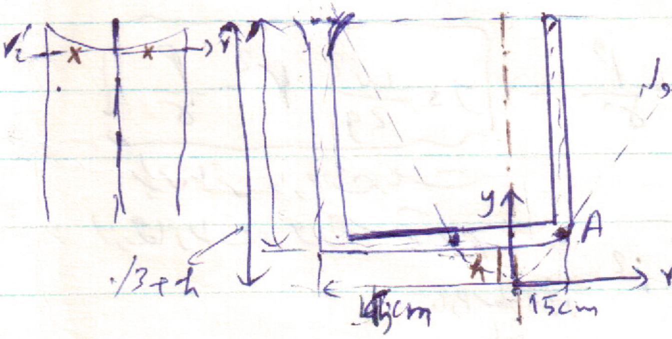
$$\begin{cases} p = \frac{\rho w^2}{2} r^2 - \gamma y \longrightarrow p = \frac{\gamma}{g} w^2 \frac{r^2}{2} - \gamma y + p_0 \\ y = \frac{w^2}{2g} r^2 - \frac{p}{\gamma} \\ H = 2h \end{cases}$$

اگر $p = 0$ باشد $y = \frac{w^2}{2g} r^2$

2-134

مسئله 124 استریتر:

محل محور چرخش و سرعت دوران لوله U شکل را بطوری تعیین کنید که فشار در نقطه A و وسط لوله صفر شود.



$$y = \frac{w^2}{2g} r^2$$

$r = 15$

$y = h$

$$h = \left(\frac{w^2}{2g}\right)(0.15)^2$$

$$0.13 + h = \frac{w^2}{2g}(0.45)^2$$

۳ مسئله به دلخواه انتخاب کرده و حل کنید.

381

حل تمرین سیالات ۱،

به نام خدا

1

50 kPa = ? mH_2O

1 pa   ۹806

50 kPa   ۵۰k = $\frac{۵۰۰۰۰}{۹806}$ = ۵٫۱

۱۰۱٫۳۲۵ kPa   ۱۰٫۳۴

۵۰   ? = ۵٫۱

S = ۲٫۹۴

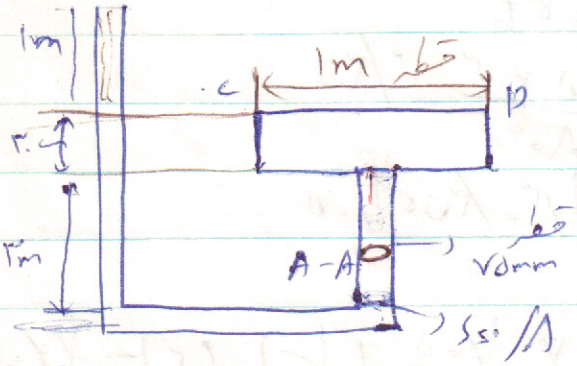
سیالی تترا برمو اتیلن S=۲٫۹۴ نقطه A در انتهای ظرف حاوی این سیال دارای فشار ۵۰kPa است ارتفاع سیال درون ظرف را حساب کنید.

$p = \gamma h$

۵۰ kPa = ۹۸۰۶ × ۲٫۹۴ h = ۱٫۷۳ m تر

h = ۱٫۷۳

۲_۳۳،



F_{CD} = ?

$F_{CD} = p_{CD} A$

P_{CD} = /۸ × ۹۸۰۶ × ۱ = ۷۸۴۴٫۸ pa

$A = \frac{\pi D^2}{4}$ =

p × A = ۶۱۶۱٫۳۷

نیروی وارد بر دیواره بر جدار لوله در مقطع AA را حساب کنید.

ب)

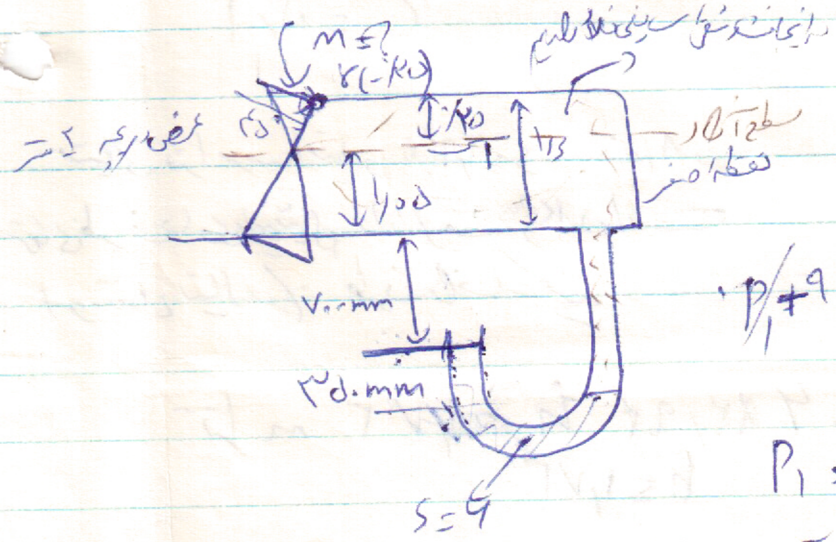
p بالای لوله $= ۱٫۳ \times ۰/۸ \times ۹۸۰۶$

p پایین لوله $= ۲٫۶ \times ۰/۸ \times ۹۸۰۶$

$$\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{۲} = ۱۵۲۸۸$$

$$F = \bar{P} \cdot A =$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$



: ۲_۶۸

$$P_1 + ۹۸۰۶ \times ۶ \times ۰٫۱۲۵ - (1.3 + .7 + .35)\,۹۸۰۶ = P_1$$

$$P_1 = -۲٫۱۵ \times ۱۰^۳$$

فشار در هر جا که منفی شد ارتفاع فضای خالی

$$p = \gamma h$$

$$\frac{-۲٫۱۵ \times ۱۰^۳}{۹۸۰۶} = -۰/۲۲$$

$$۱٫۳ - ۰/۲۲ = ۱٫۰۸$$

$$F_1 = \gamma \times ۱٫۰۸ \times \frac{۱٫۰۸}{\sin ۴۵} (\tfrac{۱}{۲})(۲) = ۲۴۰۵۲٫۴۹$$
$۱۵۲۸۲٫۳۳$

$$F_۲ = -۰/۲۲\gamma \times \frac{۰/۲۲}{\sin ۴۵} \times \frac{۱}{۲}(۲) = ۸۹۹٫۷۲$$

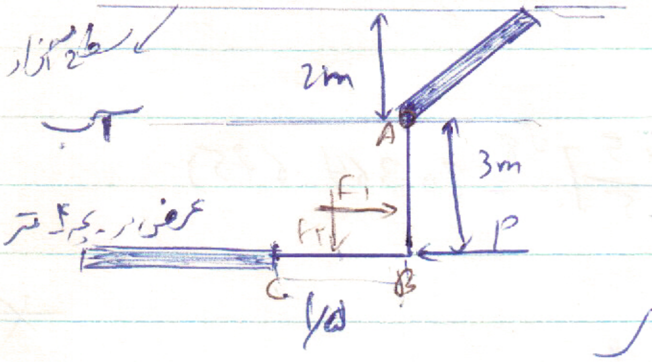
$$r_1 = \left(\frac{۲}{۳} \times \frac{۱٫۰۸}{\sin ۴۵}\right) + \frac{۰/۲۲}{\sin ۴۵} = 1.34$$

$$r_۲ = \frac{۱}{۳}\,\frac{۰/۲۲}{\sin ۴۵} = ۰/۱۱۸\ m$$

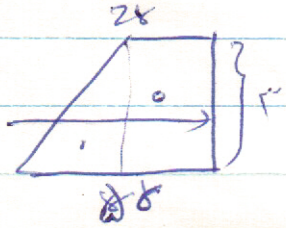
$$M = r_1 f_1 + r_2 f_2 = ۲۰۴۴۵ N$$ 3

*

۲_۵۷



در شکل ABC نشان داده شده دارای عرض ۴ متر است. از وزن دریچه و اصطکاک صرف نظر کنید و نیروی P را برای بسته نگه داشتن دریچه محاسبه کنید.



۲ | نیروی ۱ و ۲ ـــــ به در افقی وارد می‌شود

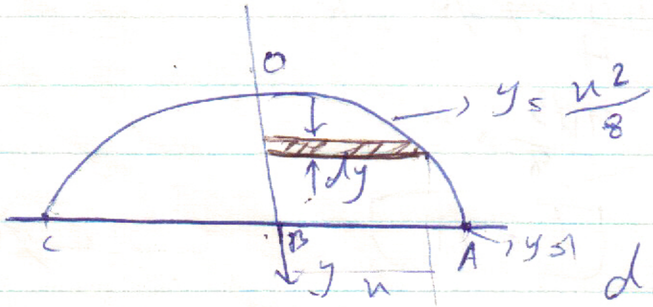
$$F_1 = \frac{۲+۵}{۲} \times ۳ \times ۴ = ۴۲ \times ... = ۴۱۱۸۵۲ N$$

$$F_۲ = W = \gamma V = ۹۸۰۶(۵ \times ۱/۵ \times ۴) = ۲۹۴۱۸۰ N$$

$$r_1 = \frac{(۱/۵ \times ۳ \times ۲) + \frac{۲ \times ۳ \times ۳}{۲}}{۶ + ۴/۵}$$

$$r_۲ = ۰/۷۵$$

۲_۴۴



$\gamma = 9\,kN/m^3$

$dA = 2x\,dy$

$y = x^2/8 \rightarrow dy = \frac{x}{4}dx$

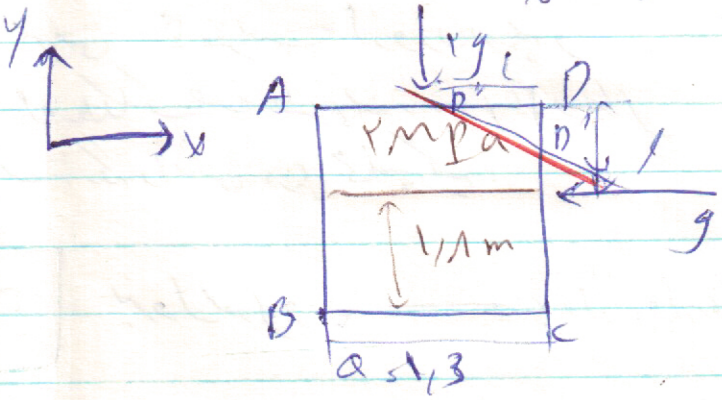
$dF = p\,dA = \gamma y (2x\,dy)$

$= \gamma \frac{x^2}{8}(2x)(\frac{x}{4})dx = \frac{\gamma x^4}{16}dx$

$$F = \int \frac{\gamma x^4}{16} dx$$

$$y = 1 = \frac{x^2}{8} \Rightarrow x = \sqrt{8}$$

$$F = \int_0^{\sqrt{8}} \frac{\gamma x^4}{16} dx = \frac{\gamma}{16}\left[\frac{x^5}{5}\right]_0^{\sqrt{8}} = 20364.675$$



$$p = +\gamma \frac{g}{g} x - \gamma\left(1 + \frac{-۲}{1}\right) y + p_0$$

$$y = -x + \frac{p_0 - p}{-\gamma}$$

$$m = -1$$

$$b = \frac{-p_0 + p}{\gamma}$$

$$V_۲ = \frac{\frac{\pi L^2}{4}(L)}{2} = \frac{\pi L^3}{8} = ۰/۳$$

$$v_1 = \pi \frac{(1.3)^2}{4} \times ۰/۲ = ۰/۳$$

$$v_1 = v_۲ \rightarrow \frac{\pi L^3}{8} = ۰/۳$$

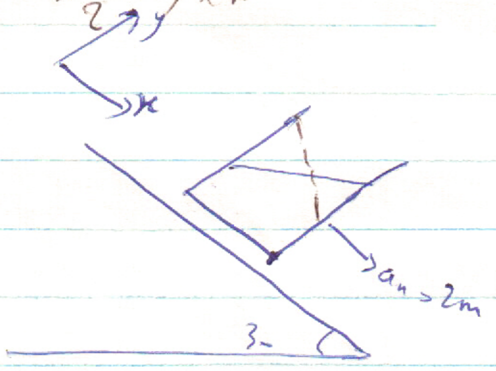
$$\boxed{L = ۰/۹}$$ فرض درست است

5

$P_{D'} = P_{D'} = ۴ \, MPa = ۹۸۰۰(۴) + ۹۸۰۰(۲) + P_0$

$P_0 = ۱/۹۸ \, MPa$

Bc نیروی F $= \left(\frac{P_B + P_C}{2}\right) \times A$



$a_x = 2m$

$a_y = 0$

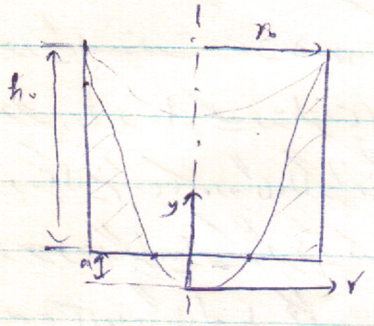
$m = -\frac{\frac{a_x}{g}}{1 + \frac{a_y}{g}} = -\frac{2}{g}$

$m = -\frac{2}{g}$

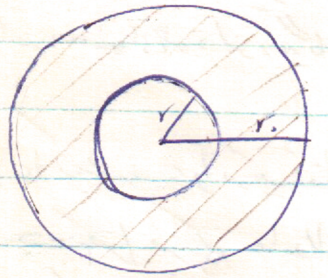
به نام خدا

39

۲-۱۳۶) استوانه قائمی به شعاع r_0 و ارتفاع h_0 که انتهای بالای آن باز و در آن مایع به صورت عمودی قرار گرفته است. این استوانه باید دوران کند تا فقط نیمی از کف آن با مایع در تماس باشد؟ همانطور که با هر سرعتی که دوران کند مایع از انتهای بالای استوانه نریزد.



لبه تعریف محور از این جایگاه



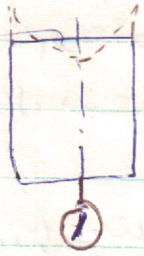
$$\pi(r_0^2 - r^2) = \frac{1}{2}\pi r_0^2$$

$$r^2 = \frac{1}{2} r_0^2 \Rightarrow r = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\, r_0 = 0/25\, r_0$$

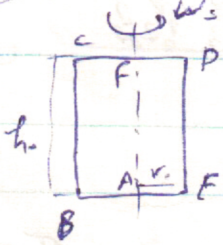
با این کار ... باید دو نقطه داشته باشیم که ... برابر ...

$$y = \frac{\omega^2}{2g} r^2$$

$$\begin{cases} a = \frac{\omega^2}{2g}(0/25\, r_0)^2 \\ a + h_0 = \frac{\omega^2}{2g} r_0^2 \end{cases}$$



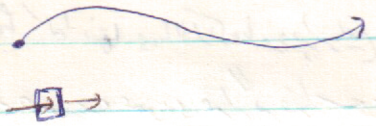
* اگر استوانه بسته باشد و آب نیز پر باشد.
چرا که ظرف بسته است سطح آب تغییری نمی‌کند
سطح آب ثابت است ولی ... فشار در این جا ...



***
سؤال ... فشار در کف در نقطه A ... برابر
برای ... فشارهای نقاط
B ، C ، D ، E ، F را مقایسه کنید.

فصل سوم:

هیدرودینامیک:



دو دیدگاه متفاوت در بحث هیدرودینامیک وجود دارد. اینکه ذره سیال را دنبال کنیم که دیدگاه لاگرانژی گویند

و وجود دیگر این است که در نقطه معین ثابت بایستیم که هر یک از ذرات که وارد شده و از آن خارج می‌شود «حجم کنترل» که به آن دیدگاه اویلری هم گویند

ما در بحث‌های خود از دیدگاه لاگرانژ صحبت نمی‌کنیم

* برای اینکه سرعت را در یک نقطه حساب کنیم باید حجم کنترل را انتخاب و نقطه‌ای را در نظر بگیریم. *

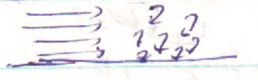
حجم کنترل فیزیکی معادلات انتگرالی را می‌دهد که از آن انتظار جواب کلی و کلان را داریم

حجم کنترل دیفرانسیلی معادلات دیفرانسیلی را می‌دهد

- ۱
  - لاگرانژی
  - اویلری
    - دیفرانسیلی
    - انتگرالی

— جریان آرام و مغشوش «درهم»:

جریان آرام، لایه‌های سیال نسبت به هم می‌لغزند و حرکت می‌کنند



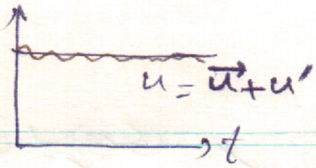
جریان درهم: ذرات سیال دارای حرکت‌های مختلفی و نامنظم هستند.

در جریان آرام $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ تنش برشی که باعث تلفات انرژی می‌شود.

سیالی که در مقابل حرکت مقاومت بیشتری از خودشان می‌دهد.

در جریان مغشوش علاوه بر تنش برشی گردابه داریم که η مربوط به مغشوش بودن و μ مربوط به جنس سیال است.

$$\tau = (\eta + \mu) \frac{du}{dy}$$



سیال ایده‌آل، سیالی است که در هر شرایطی تنش برشی را نمی‌پذیرد.
سیال ایده‌آل عملاً وجود ندارد ولی گاهی با یک جریان ایده‌آل شبیه‌سازی می‌کنیم.

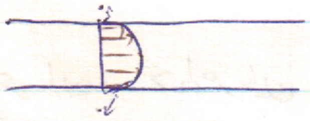
جریان پایدار «دائم» steady :
جریان پایدار جریانی است که هیچ کمیتی نسبت به زمان تغییر نکند.

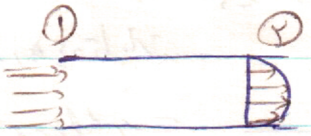
$$\frac{\partial T}{\partial t}=0 \qquad \frac{\partial u}{\partial t}=0 \qquad \frac{\partial P}{\partial t}=0 \qquad \frac{\partial \mu}{\partial t}=0$$

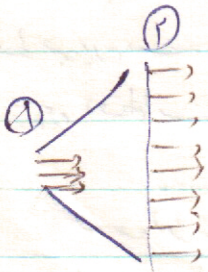
$$\frac{\partial \rho}{\partial t}=0 \quad (\text{دانسیته})$$

جریان یکنواخت:
جریانی است که اندازه سرعت در راستای مقطعی از جریان در مقطع ثابت تغییر نکند.

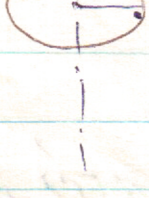
* شرط عدم لغزش: سرعت جریان در دیواره ثابت برابر با سرعت دیواره است. *







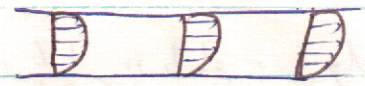
جریان چرخشی یا گردابه‌ای:
هنگامی حاصل می‌شود که یک ذره از سیال حول محور خاصی دوران داشته باشد.



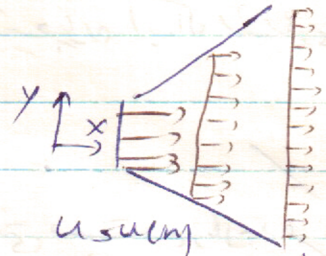
سیالی که ایده‌آل و بی‌لزجت باشد نمی‌توانیم آن را دوار کنیم
یعنی جریان گردابه‌ای برای آن به وجود نمی‌آید.

جریان یک بعدی:

جریانی است که فقط یک مختصه برای توصیف سرعت نیاز داشته باشیم

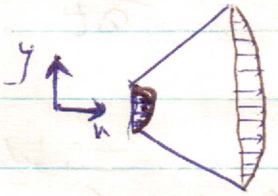


$u = u(y)$



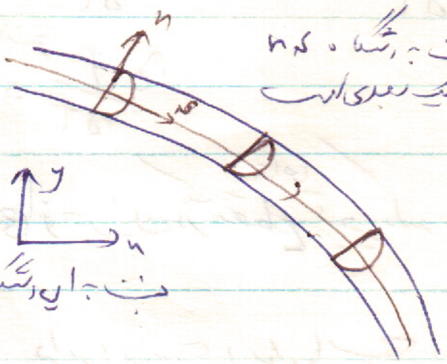
$u = u(x)$

کانال ایده‌آل



جریان دو بعدی

$u = u(x,y)$

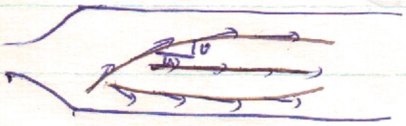


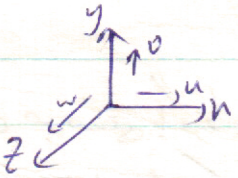
نسبت به دستگاه s و n تک بعدی است

نسبت به این دستگاه دو بعدی است

خط جریان: خط جریان عبارت است از خط پیوسته‌ای که می‌توان در سیال رسم نمود به طوری که نمایانگر جهت بردار سرعت در هر نقطه باشد.

خط جریان همیشه مماس بر بردار سرعت در آن نقطه است





u سرعت در راستای x

v سرعت در راستای y

w سرعت در راستای z

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u}$$

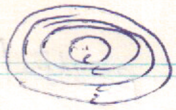
مثال: در میدان سرعت دو بعدی $u(x,y) = 2xy\,i + x^2 j$ داریم. معادله خط جریان را به دست آورید.

$u = 2xy$

$v = x^2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{2y} \Rightarrow 2y\,dy = x\,dx$$

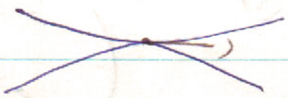
$$y^2 = \frac{1}{2}x^2 + c \Rightarrow \boxed{y^2 - \frac{1}{2}x^2 = c}$$ (معادله منحنی)



معادلا[illegible]

از خط جریان، اساساً جهت جریان را تعیین می‌دهیم

خطوط جریان هیچگاه همدیگر را قطع نمی‌کنند.



خطوط جریان با هم مماس هستند

از نظر تعبیر فیزیکی این حالت وجود ندارد

خط رگه*: اگر حرکت یک ذره از سیال را تعقیب کنیم خطی ایجاد می‌شود که به آن

خط رگه می‌گویند

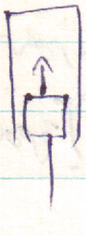
مانند اینکه اگر یک قطره جوهر داخل آب بریزیم

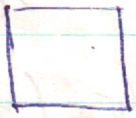
خط رگه نیز بر سرعت مماس است

خط جریان در یک زمان با مکان کار داشت ولی در خط رگه با زمان کار داریم

اگر جریان ما دائم steady باشد خط جریان و خط رگه دقیقاً بر هم منطبق می‌شوند.

میله در سیلندر





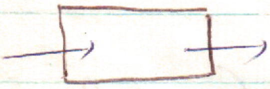
سیستم:

حجمی که ورود یا خروج جرم از مرزهای

آن وجود ندارد

$$\frac{dm}{dt}=0$$

حجم کنترل: می‌تواند ورود و یا خروج جرم داشته باشد.



1- بقای جرم
2- بقای مومنتوم «قانون دوم نیوتن»
3- بقای انرژی
4- قانون دوم ترمودینامیک

۱ـ بقای جرم

برای سیستم

$$\frac{dm}{dt}=0$$

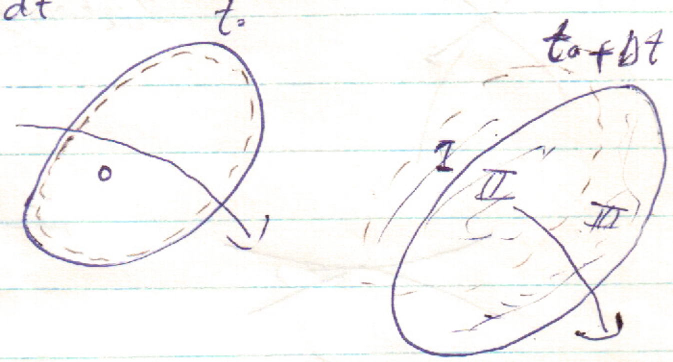
$$\sum F=\frac{d(mv)}{dt}$$

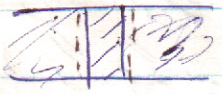
mv را اندازه حرکت «مومنتوم»

شرطی که برای حجم کنترل قائلیم

۱ـ حجم کنترل ثابت است و حرکت ندارد و شتاب ندارد.

۲ـ ابعاد آن نیز ثابت است. یعنی حجم آن نیز ثابت باشد.





N کمیت خاصیت برای سیستم

$$\frac{N}{m}=\eta$$

$$N_{sys})_{t_0+\Delta t}-N_{sys})_{t_0}=\left\{\int_{II}\eta\,dm+\int_{III}\eta\,dm\right\}_{t_0+\Delta t}-\left\{\int_{0}\eta\,dm\right\}_{t_0}$$

$dm=\rho\,dV$

$$N_{sys})_{t_0+\Delta t}-N_{sys})_{t_0}=\left\{\int_{II}\eta\rho\,dV+\int_{III}\eta\rho\,dV\right\}_{t_0+\Delta t}-\left\{\int_{0}\eta\rho\,dV\right\}_{t_0}$$

$$\Big\{\underbrace{\int_{II}\eta\rho\,dV}_{A}+\int_{III}\eta\rho\,dV+\underbrace{\int_{I}\eta\rho\,dV}_{B}-\int_{I}\eta\rho\,dV\Big\}-\left\{\int_{0}\eta\rho\,dV\right\}_{t_0}$$

$$\frac{N_{sys})_{t_0+\Delta t}-N_{sys})_{t_0}}{\Delta t}=\frac{\left\{\int_{0}\eta\rho\,dV\right\}_{t_0+\Delta t}-\left\{\int_{0}\eta\rho\,dV\right\}_{t_0}}{\Delta t}+\frac{\left\{\int_{III}\eta\rho\,dV-\int_{I}\eta\rho\,dV\right\}_{t_0+\Delta t}}{\Delta t}$$

به نام خدا

تغییرات N نسبت به زمان در حجم کنترل — گذر خالص سرعت از مرزهای حجم کنترل — گذر حجم از مرزهای کنترل

$$\frac{dN}{dt}\Big|_{sys} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V.} \rho\,\eta\, d\forall + \oint_{C.S.} \eta\,\rho(\vec{V}\cdot d\vec{A})$$

C.S. : سطح کنترل

$\forall$ حجم است برای اینکه با سرعت اشتباه گرفته نشود

مرز حجم کنترل را سطح کنترل گویند

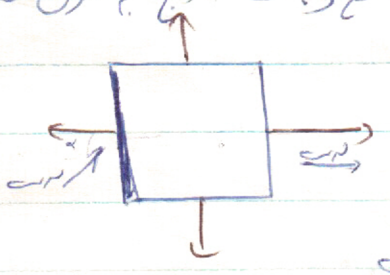
معادله پیوستگی «قانون بقای جرم»:

$$\frac{dm}{dt}\Big|_{sys} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho\, d\forall + \oint_{C.S} \rho(\vec{V}\cdot d\vec{A}) = 0$$

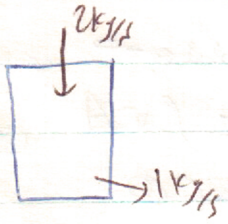
در معادله بالا $N = m$

$\eta = \frac{m}{m} = 1$

بردار سطح برداری است عمود بر سطح و به سمت خارج حجم کنترل که از نظر مقدار با مقدار سطح برابر است.



آن مولفه‌ای که عمود بر سطح است باعث گذر شار از سطح می‌شود.



$$\frac{\partial m}{\partial t}\Big|_{C.V} + (-2+1) = 0$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} = +1$$

* ورود را منفی و خروج را مثبت گرفتیم مطابق رابطه فعلی (برداری) *

جریان دائم → $\oint_{C.S} \rho(\vec{V}\cdot d\vec{A}) = 0$

تعداد این انتگرال به تعداد سطوح ورود یا خروج بستگی دارد

خروج جرم با علامت مثبت + ورود جرم با علامت منفی = 0

جریان یکنواخت → $\sum_{i=1}^{n} \rho_i V_i A_i = 0$

V - ورودی منفی و خروجی مثبت باشد

هر سطح ثابت باشد.

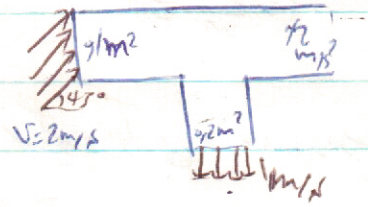
اگر فقط یک ورودی و یک خروجی داشته باشیم «مانند جریان یک بعدی»

$$\rho_1 V_{n1} A_1 = \rho_2 V_{n2} A_2$$

برای سیال تراکم ناپذیر $\rho_1 = \rho_2$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$

باید این شرطها را هم داشته باشیم
یعنی باید جریان ما دائم یکنواخت
یک ورودی و یک خروجی و تراکم ناپذیر باشد



سیال تراکم ناپذیر و جریان دائم است.
سرعت و جهت را از مقطع 3 حساب کنید.

$$\sum_{i=1}^{n} \rho V_{ni} A_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} V_{ni} A_i = 0$$

حاصلضرب $Q = V.A$ که به آن دبی حجمی می‌گویند

دبی جرمی $\dot{m} = \rho V A$

$\dot{m} = \rho Q$

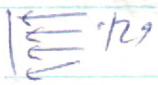
جریان ما دائم و یکنواخت است.

$$V_{n1} A_1 + V_{n2} A_2 + V_{n3} A_3 = 0$$

جهت ورودی − (فرض کردیم عمود به مقطع باشد)

$$-(2\cos 45^\circ)(0.1) + (1)(0.2) + V_3(0.2) = 0$$

$$V_3 = \frac{0.1 \times 2\cos 45^\circ - 0.2}{0.2} = -0.29$$



یا

$Q_1 = (0.1)(2\cos 45) = 0.14\ m^3/s$

$Q_2 = (0.2)(1) = 0.2\ m^3/s$

$Q_3 = 0.06$ $\quad V_3 = \frac{0.06}{0.2} = 0.3$ جریان ورودی است.

در بایری جریان به سطح کنترل

$\rho V \cdot dA$ خروجی — ورودی

$= \rho V \cdot dA - n\vec{A} = -\rho V dA$

ورودی $\rho V \cdot dA$ — dA ; V

$\rho V \cdot dA, \rho V dA \cos 0 = \rho V dA$

47

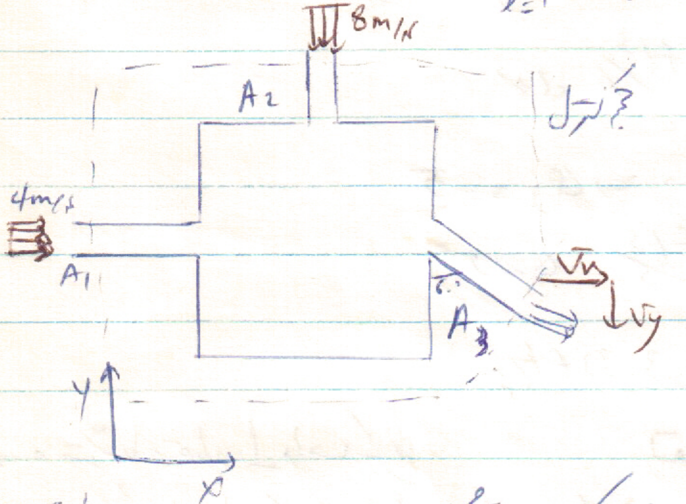
$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho \, d\forall + \oint_{C.S} \rho (\vec{V} \cdot d\vec{A}) = 0$$

برای سیال تراکم ناپذیر :

حتی اگر جریان نا پایدار باشد تراکم صفر است.

$$\rho \frac{\partial}{\partial t}\int d\forall = 0 \qquad \oint_{C.S} \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} V_i A_i = 0$$



تاکس 28

$A_1 = 0.05 m^2$ $\quad \vec{V}_1 = 4 i \ m/s$

$A_2 = 0.1 m^2$ $\quad \vec{V}_2 = -8 j$

$A_3 = 0.6 m^2$ $\quad \vec{V}_3 = ?$

سیال تراکم ناپذیر است

موقع انتخاب حجم کنترل باید توجه داشت که تمام ورودی ها و خروجی ها لحاظ شوند و سطح آن عمود بر سرعت باشد *

* در این حالت سطح را عمود بر سطح ورودی و خروجی انتخاب و انتگرال تنها سطح ها صفر است *

$Q_1 = V_1 A_1 = 0.2 m^3/s$

$Q_2 = V_2 A_2 = 0.8 m^3/s$

$\sum Q = 0 \Rightarrow -Q_1 - Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow Q_3 = Q_1 + Q_2 = 0.2 + 0.8 = 0.28 \ m^3/s$

$$V_3 = \frac{Q_3}{A_3} = \frac{0.28}{0.06} = 4.67 \ m/s$$

$$\boxed{V_3 = 4.7(\sin 60 \, i - \cos 60^\circ j)}$$

اگر با بردار برخورد کنیم

$A_1 = -0.05 \, i$

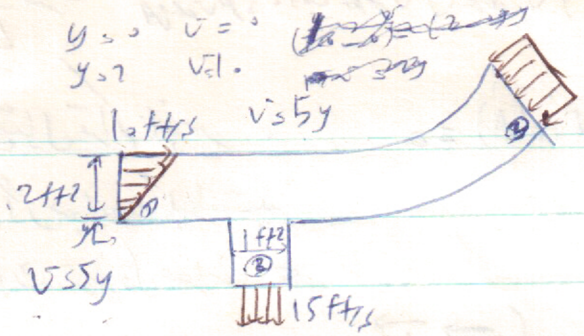
$A_2 = 0.01 \, j$

$A_3 = 0.6(\sin 60 \, i - \cos 60^\circ j)$

$\sum V_i \cdot A_i = 0$

$(4i)(-0.05 i) + (-8j)(0.1 j) + V_3 \cdot (0.6(\sin 60 \, i - \cos 60 \, j)) = 0$

تاکس: 4_35



چون سرعت متغیر است $Q_1 = \int v_1 dA = \int_0^2 5y\,dy = \frac{5y^2}{2} = 10\ ft^3/s$ ورودی

$Q_2 = 15 \times 1 = 15\ ft^3/s$ خروجی

$\sum Q = 0 \Rightarrow -10 + 15 + Q_3 = 0 \Rightarrow Q_3 = -5$

$Q_3 = 5\ ft^3/s$ ورودی

$V_3 = \frac{5}{1.5} = 3.33\ ft/s$

سرعت متوسط مقطع 1 را حساب کنید.

تعریف سرعت متوسط:

مقدار سرعت یکنواختی است که اگر در سطح مقطع ضرب شود دبی جریان عبوری از آن مقطع را بدهد

$\bar V$ سرعت متوسط $\quad \bar V \cdot A = \int v\,dA$

$$\bar V = \frac{1}{A}\int v\,dA \Rightarrow \boxed{\bar V = \frac{Q}{A}}$$

معادله مومنتوم خطی:

$$\sum \vec F = \left.\frac{d(m\vec v)}{dt}\right|_{sys}$$

$N = mV$

$\eta = \frac{mV}{m} = V$

$$\left.\frac{dN}{dt}\right|_{sys} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{c.v} \rho\eta\, d\forall + \oint_{c.s} \rho\eta(\vec V \cdot d\vec A)$$

$$\sum F = \frac{\partial}{\partial t}\int_{c.v} \rho \vec V d\forall + \oint_{c.s} \rho \vec V(\vec V \cdot d\vec A)$$

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho \vec{V}\, d\forall + \oint_{C.S} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{dA})$$

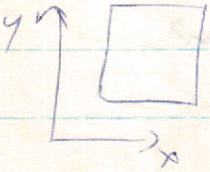
تغییرات مومنتم حجم کنترل نسبت به زمان — ورود یا خروج مومنتم از مرزهای سطح کنترل

① $\sum F_x = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho u\, d\forall + \oint_{C.S} \rho u (\vec{V} \cdot \vec{dA})$

② $\sum F_y = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho v\, d\forall + \oint_{C.S} \rho v (\vec{V} \cdot \vec{dA})$

③ $\sum F_z = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho w\, d\forall + \oint_{C.S} \rho w (\vec{V} \cdot \vec{dA})$

علامت نیرو را با سمت مختصات تشخیص می‌دهیم.



هنگامی که جریان دائم باشد

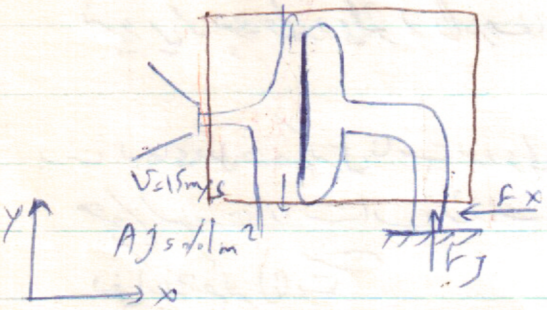
$\sum F_x = \oint_{CS} \rho u (\vec{V} \cdot \vec{dA}) \Rightarrow \sum F_x = \sum \rho u Q$

$\sum F_y = \oint_{CS} \rho v (\vec{V} \cdot \vec{dA}) \Rightarrow \sum F_y = \sum \rho v Q$

$\sum F_z = \oint_{CS} \rho w (\vec{V} \cdot \vec{dA}) \Rightarrow \sum F_z = \sum \rho w Q$

مثال کتاب فاکس: ص ۷۷

آب از یک نازل به صورت تخت برخورد می‌کند سرعت آب خروجی از نازل ۱۵m/s است



$\sum F_x = \sum \rho u Q$

$-F_x = \rho(15)(-0.01)(15) + \rho(0)(Q_2) + \rho(0)(Q_3)$

$F_x = 1000 \times (15)^2 \times 0.01 = 2250\ N$

$\sum F_y = \sum \rho v Q$

$F_y = \rho(V_2)(Q_2) + \rho(V_3)(Q_3)$

$V_2 = V_3 = 15\ m/s \Rightarrow \sum F_y = 0$

$Q_2 = Q_3 = \frac{Q_1}{2}$ به علت تقارن

* برای این مسائل باید حجم کنترل مناسب انتخاب کنیم که دستگاه مختصات را تعریف کنیم *

حجم کنترل ورودها یا خروج‌ها و دستگاه مختصات علامت‌ها را نشان می‌دهد.

جایی که حجم کنترل سطح را قطع کند

جایی که جسم جامد را قطع کند تا نیروها

کلیه گاه‌ها جایی با معلوم شوند

در اینجا نیروی آب برابر است که با نیرو در سطح ساپورت خنثی می‌شود.

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho \vec{V}\, d\forall + \oint_{C.S} \rho \vec{V}(\vec{V}\cdot\vec{dA})$$

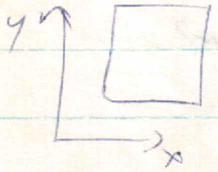
تغییرات مومنتوم حجم کنترل نسبت به زمان — ورود یا خروج مومنتوم از مرزهای سطح کنترل

$$① \sum F_x = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho u\, d\forall + \oint_{C.S} \rho u(\vec{V}\cdot\vec{dA})$$

$$② \sum F_y = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho v\, d\forall + \oint_{C.S} \rho v(\vec{V}\cdot\vec{dA})$$

$$③ \sum F_z = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho w\, d\forall + \oint_{C.S} \rho w(\vec{V}\cdot\vec{dA})$$

حالا نیرو را در جهت مختلف تشخیص میدهیم.



هنگامی که جریان پایدار باشد

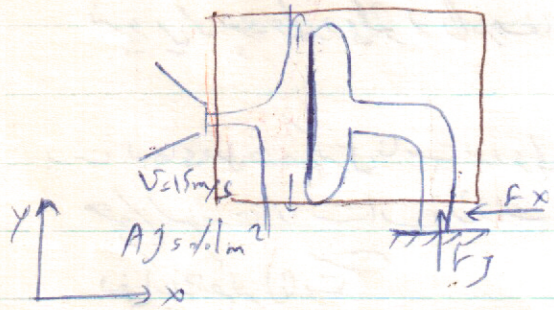
$$\sum F_x = \oint_{CS} \rho u(\vec{V}\cdot\vec{dA}) \Rightarrow \sum F_x = \sum \rho u Q$$

$$\sum F_y = \oint_{CS} \rho v(\vec{V}\cdot\vec{dA}) \Rightarrow \sum F_y = \sum \rho v Q$$

$$\sum F_z = \oint_{CS} \rho w(\vec{V}\cdot\vec{dA}) \Rightarrow \sum F_z = \sum \rho w Q$$

مثال کتاب فاکس: ص ۷۷

آب از یک نازل به صورت تخت برخورد
می‌کند سرعت آب خروجی از نازل ۱۵m/s



$$\sum F_x = \sum \rho u Q$$

$$-F_x = \rho(15)(-0.01)(15) + \rho(0)(Q_2) + \rho(0)(Q_3)$$

$$F_x = 1000 \times (15)^2 \times 0.01 = 2250\ N$$

* برای این مسئله آنها حجم کنترل مناسب انتخاب کردند
که در آنجا مقطعات را تعریف کنیم *
حجم کنترل ورودها یا خروجها و اتصالات
علامت‌ها را نشان میدهد.
جایی که حجم کنترل سطح را قطع کند
جایی که جسم جامد را قطع کند تا نیروها
که گاهی جایی با مجهول شود
در اینجا نیروی آب برابر است با آنکه
فشار در سطح ثابت خنثی می‌شود.

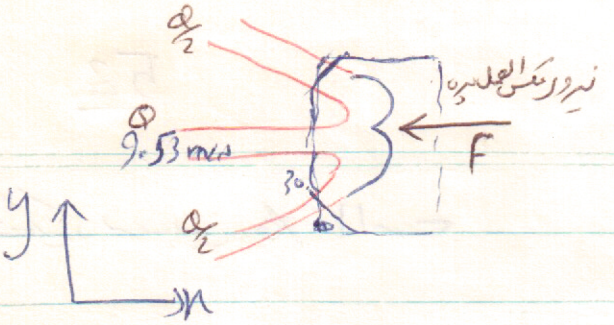
$$\sum F_y = \sum \rho v Q$$

$$F_y = \rho(V_2)(Q_2) + \rho(V_3)(Q_3)$$

$$V_2 = V_3 = 15\ m/s \Rightarrow \sum F_y = 0$$

$$Q_2 = Q_3 = \frac{Q_1}{2} \quad \text{به علت تقارن}$$

پره تک تقارن



آب با سرعت 9.53 برخورد می‌کند و با سرعت 9.53 خارج می‌شود و در این حالت آب در حالت استقرار به پره برخورد می‌کند. اگر آب در داخل لوله باشد سرعت هم فرق می‌کند

سرعت جت‌ها و ... با سرعت نسبی محاسبه می‌شود.

* در حجم کنترل متحرک با سرعت نسبی محاسبه می‌شود *

$\Sigma F_x = \Sigma \rho u Q$

$-F = \rho(V_{rel})(-V_{rel} \times A_j) + 2\rho(-V_{rel}\cos 30)\left(\frac{V_{rel} \cdot A_j}{2}\right)$

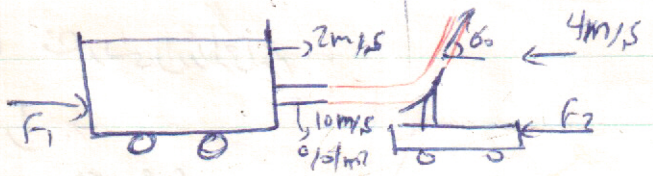
$F = \rho V_{rel}^2 \times A_j (1 + \cos 30)$

$F = 1000 \times 9.53^2 \times 0.1 (1 + \cos 30) = 16947.4\ N$

$\dot{W} = F V = 16947.4 \times 10.47 = 177439.3\ W$

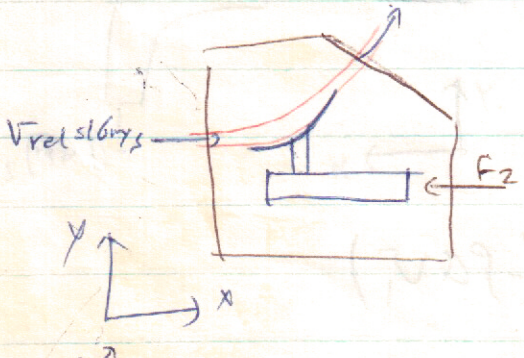
$\dot{W} = 177.44\ kW$

مسأله کنکور



F1 و F2 را حساب کنید.

باید دو حجم کنترل را در نظر بگیریم

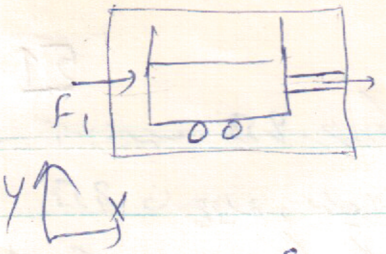


باید گاری را ثابت فرض کنیم و سرعت نسبی برخورد را حساب کنیم.

سرعت نسبی خروج با سرعت نسبی ورودی با هم برابر است

$-F_2 = \rho(V_{rel})(-Q) + \rho(V_{rel}\cos 60)(Q)$, $Q = V_{rel} \times A_j$

$F_2 = \rho V_{rel}^2 A_j (1 - \cos 60) = 1000 (16)^2 (0.01)(1 - \cos 60) = 1280\ N$



دقت کنید که سرعت نسبی همان ۱۰ است

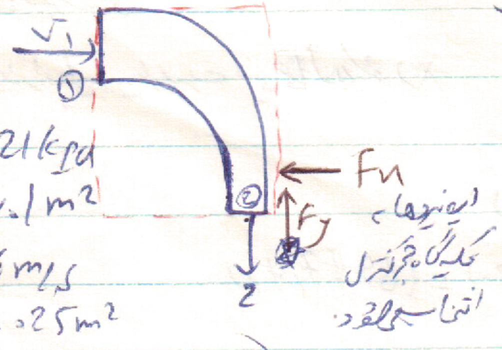
$$F_1 = \rho \, V_{rel} \, Q$$

$$F_1 = 1000 \times (10)^2 \times 0.01 = 1000$$

مثال ۴-۷ ; ص ۱۰۸

حل :

در اثر تغییر مومنتوم در داخل زانویی به زانویی نیرو وارد میشود.



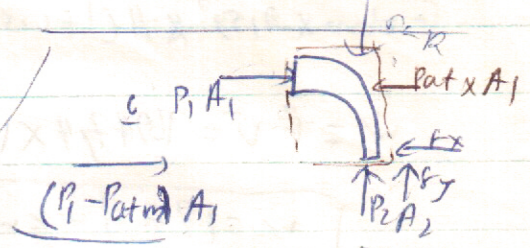
$P_1 = 221 \, kPa$

$A_1 = 0.1 \, m^2$

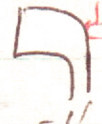
$V_2 = 16 \, m/s$

$A_2 = 0.025 \, m^2$

$P_2 = P_{atm}$

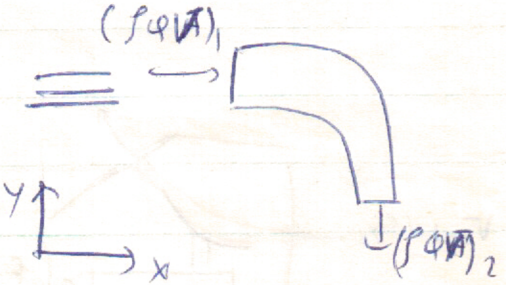


P_g



* منفی را در نظر بگیریم

* فشار مطلق را

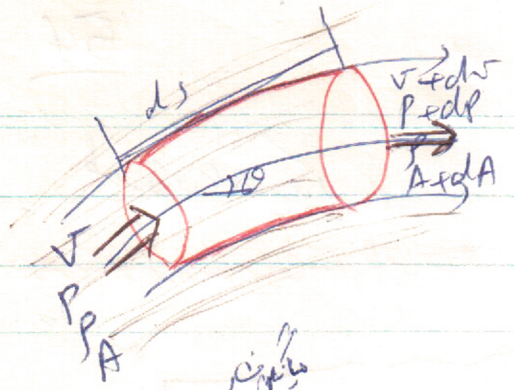


$$\Sigma F_x = (P_{g_1} A_1 - F_x) = (-\rho Q V_1)$$

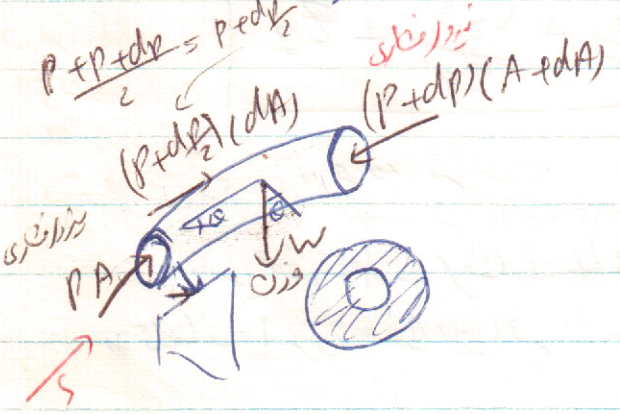
$$\Sigma F_y = F_y = -\rho Q V_2$$

$$V_1 = \frac{\overbrace{V_2 A_2}^{Q}}{A_1}$$

دبی ورودی و خروجی باهم برابرند



یک حجم کنترل دیفرانسیلی را بررسی می‌کنیم.
و حجم کنترل را در راستای خطوط جریان
در نظر می‌گیریم یعنی جریانی از خارج حجم کنترل
وارد آن نمی‌شود چون خطوط جریان
همدیگر را قطع نمی‌کنند.



سپس معادله مومنتوم را می‌نویسیم : فرض

1- حجم کنترل در راستای خطوط جریان می‌باشد.
2- سیال تراکم ناپذیر
3- جریان دائم
4- سیال ایده‌آل «جریان ایده‌آل» از اصطکاک‌ها صرفنظر می‌شود.

جایی که تنش برشی وجود ندارد اتلاف انرژی وجود ندارد.

چون سیال تراکم ناپذیر است $\rho=\rho$

$\dot m_1=\dot m_2$

$\rho Q_1=\rho Q_2$

$Q_1=Q_2$

در راستای خط جریان $\quad \sum F_s=\sum \rho v_s Q$

نیروهای حجم و سطح وارد می‌شوند

نیروهای فشاری به سطح و سپس حجم را در نظر می‌گیریم *

$$PA+\left(P+\frac{dP}{2}\right)(dA)-(P+dP)(A+dA)-\left[\left(\frac{A+A+dA}{2}\right)(ds)\right]\gamma\sin\theta$$

ساده می‌شود

وزن = حجم × γ

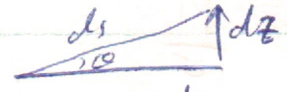
$$-Adp-\frac{dpdA}{2}-A\gamma\sin\theta ds$$

چون تغییرات حاصلضرب‌های دیفرانسیلی هستند و قابل صرفنظر کردن

$$-Adp-A\gamma\sin\theta ds=-\rho VQ+\rho(V+dV)(Q)$$

$$-Adp-A\gamma\sin\theta ds=\rho VAdV$$

$$\rho VdV+\gamma\sin\theta ds+dp=0$$



$ds\sin\theta=dz$

$$\boxed{\rho VdV+\gamma dz+dp=0}$$

معادله اویلر برای جریان دائم و سیال تراکم ناپذیر

هر ۴ فرض بالا رعایت شود.

$$\rho \frac{v^2}{2} + \gamma z + P = cte$$

طرفین را بر γ تقسیم می‌کنیم

$$\frac{v^2}{2g} + z + \frac{P}{\gamma} = cte$$

در هر نقطه از خط جریان مقدار ثابت است

۱. پایدار
۲. دائم
۳. سیال ایده‌آل
«دارای اصطکاک نیست»
۴. در راستای خط جریان باشد

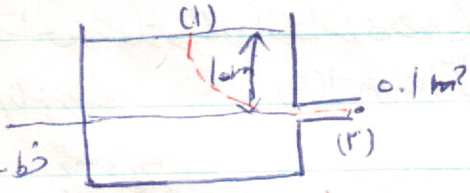
$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

انرژی فشار سیال — انرژی جنبشی سیال — انرژی پتانسیل

در هر دو نقطه از خط جریان، با این فرمول می‌توانیم بنویسیم

«واحد متر است»
بحسب متر سیال است که به آن هد سیال می‌گوییم

مجموع سه ترم انرژی فشاری + انرژی جنبشی + انرژی پتانسیل تا وقتی که اصطکاک و تلفات انرژی نداشته باشیم ثابت می‌ماند



دو نقطه در راستای خط جریان انتخاب می‌کنیم

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

(با خط زدن $\frac{P_1}{\gamma}$، $\frac{V_1^2}{2g}$ و $\frac{P_2}{\gamma}$؛ $Z_1 = 10$، $Z_2 = 0$)

سطح بزرگ است V_1 صفر است
چون هر دو نقطه تماس با هوا دارند

$$V_2 = \sqrt{2gh}$$

$$V_2 = \sqrt{2g(10)} = 14{,}14 \ m/s$$

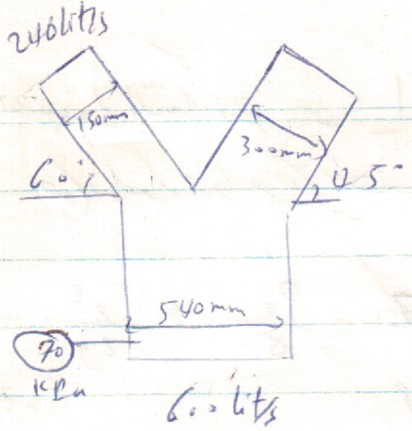
$$Q = 14{,}14 \times 0{,}1 = 1{,}414 \ m^3/s$$

به نام خدا

$\frac{P_1}{\gamma}$ هد استاتیک

$\frac{V_1^2}{2g}$ هد دینامیک

٣-٨٧



جریان آب با هوای اتمسفر
در تماس است

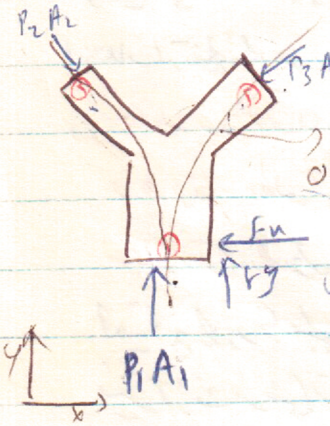
در جریان بسته لوله وجود دارد

* چون در سه راه آب جریان بسته هست *

چون جت آزاد خارج

معادله مومنتوم را تشکیل می‌دهیم

* فشارهایی که در معادله مومنتوم داریم باید
فشار نسبی باشد *



انتهای خطوط جریان

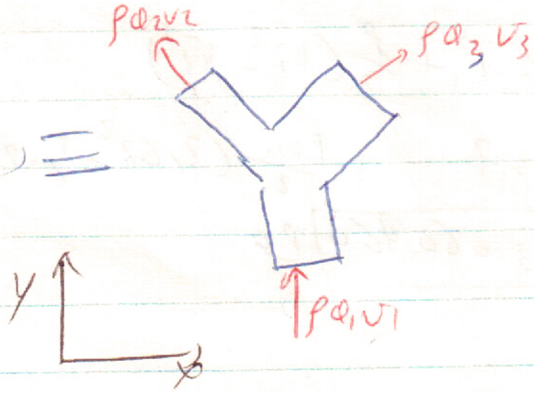
در آن نیروی نیروهای پله‌ای است

چرا که هستند P_2A_2 و P_3A_3 وجود دارد
و اگر دو طرف بالا با اتمسفر تماس داشته
P_2 و P_3 صفر است

جایی که در آن هیچ حرکتی نمی‌کند

P_1 و P_3 نیرو فشار هستند عمود بر سطح
جهت به سمت داخل

برای رفع شکل مومنتوم و نیروها را ادا می‌کنیم



برای یافتن نیرو در نقطه ۲ و ۳ از معادله برنولی استفاده می‌کنیم و باید سرعت را در آن نقاط بیابیم

$$V_1 = \frac{Q_1}{A} = \frac{.6}{\frac{\pi \times 0.54^2}{4}} = 2.62 \text{ m/s}$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{A_2} = \frac{.24}{\frac{\pi (.15)^2}{4}} = 13.581$$

$$Q_3 = 600 - 240 = 360 \text{ lit/s}$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{A_3} = \frac{0.36}{\frac{\pi (.3)^2}{4}} = 5.093 \text{ m/s}$$

برای محاسبه فشار از معادله برنولی استفاده می‌کنیم بین ۱ و ۲ و بین ۱ و ۳ می‌نویسیم
ولی بین ۲ و ۳ چون در امتداد خط جریان نیستند نمی‌توانیم بنویسیم

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2$$

مسیر افقی است $Z_1=Z_2=0$
اختلاف ارتفاع نداریم

$\gamma/g=\rho$

$$P_2=P_1+\frac{\rho}{2}(V_1^2-V_2^2)$$

فشار نسبی

$$=70000+\frac{1000}{2}(2.62^2-13.58^2)$$

$$=-18716\ Pa$$

فشار کمتر از اتمسفر است

در معادله برنولی فشار هم می‌تواند منفی باشد و هم ... مطلق باشد ... معادله ... فشار مطلق ... می‌شود

است ... بنابراین در معادله برنولی نیز از فشار نسبی استفاده می‌کنیم.

حداقل مقدار فشار مطلق 101000 Pa است
فشار منفی 15000 Pa وجود ندارد

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_3$$

$$P_3=P_1+\frac{\rho}{2}(V_1^2-V_3^2)$$

$$P_3=7000+\frac{1000}{2}(2.62^2-5.03^2)$$

$$\boxed{P_3=60460}\ Pa$$

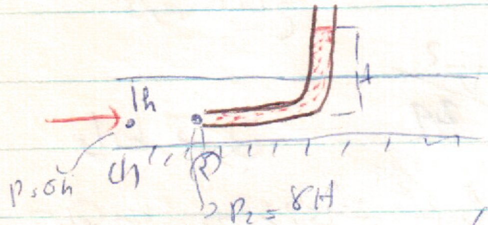
اندیس ۱ را برای بالادست جریان
و در جایی که به جت نزدیک است
در نظر بگیرید
پایین دست خروجی جریان است

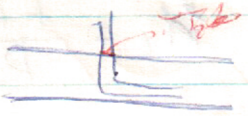
بالادست جریان →
پایین دست جریان

$$-F_x + P_2A_2\cos 60^\circ - P_3A_3\cos 45 = \rho Q_2(-V_2\cos 60^\circ)$$
$$+\rho Q_3 V_3\cos 45$$

$$F_y + P_1A_1 - P_2A_2\sin 60^\circ - P_3A_3\sin 45^\circ = \rho(-Q_1)V_1 + \rho Q_2 V_2\sin 60^\circ$$
$$+\rho Q_3 V_3\sin 45^\circ$$

وسیله‌ای می‌سازیم به نام لوله پیتوت که با کمک آن سرعت سیال را از طریق معادله برنولی بدست می‌آوریم.





$$h \quad \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

(H above $\frac{P_2}{\gamma}$; Z_1 and Z_2 struck out)

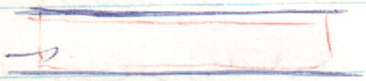
$V_2 = 0$

$$V_1 = \sqrt{2g(H-h)}$$

معادله انرژی:

انتقال حرارت − کار = انرژی ورودی − انرژی خروجی

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}\left\{\left[h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e\right] - \left[h_i + \frac{V_i^2}{2} + gz_i\right]\right\}$$



$$h = u + \frac{P}{\rho}$$

$$q = \left[\left(u_2 + \frac{P_2}{\rho}\right) + \frac{V_2^2}{2} + gZ_2\right] - \left[\left(u_1 + \frac{P_1}{\rho}\right) + \frac{V_1^2}{2} + gZ_1\right]$$

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gZ_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gZ_2 + \underbrace{\left[(u_2-u_1) - q\right]}_{gH_L}$$

[illegible] اگر 0 [illegible]

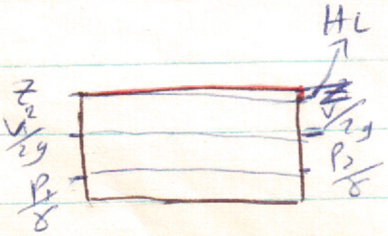
تقسیم بر g

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + H_L$$

معادله انرژی:

در معادله برنولی تلفات انرژی نداریم ولی در معادله انرژی تلفات انرژی داریم که حاصل اصطکاک بستر سیال است.

نقطه 2 خروجی و نقطه 1 ورودی است.



دارسی وایسباخ

$$h_L = \frac{fL}{D}\frac{V^2}{2g} = k\frac{V^2}{2g}$$

(L: طول لوله، D: قطر لوله، f: ضریب اصطکاک، k: ضریب تلفات)

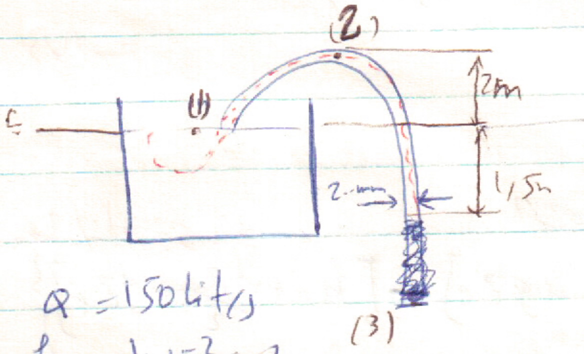
رابطه تجربی

تلفات انرژی به انرژی جنبشی بستگی دارد

مثال کتاب

سیفون:

سیفون شکل زیر با آب پر شده و دبی آن $150\ lit/s$ می‌باشد. تلفات بین نقاط ۱ و ۳ بر حسب هد سرعت بیابید. اگر ۱/۳ افت بین نقطه ۱ و ۲ اتفاق بیفتد فشار نقطه ۲ را بیابید.



$Q = 150\ lit/s$

$h_{L3} = k\frac{V^2}{2g}$?

$h_{L1-2} = \frac{1}{3} h_{L-3} \rightarrow P_2 = ?$

با کشیدن زنجیر فلاش تانک سیفون در خلأ ایجاد می‌شود

* معادله انرژی همانند معادله برنولی در امتداد خط جریان نوشته و از بالادست جریان می‌نویسیم *

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} + Z_3 + h_{L1\to3} \quad (Z_3 = -1,5)$$

h_L باید مثبت باشد

$$h_{L1-3} = 1,5 - \frac{V_3^2}{2g}$$

$$V_3 = \frac{0,15}{\frac{\pi(0,2)^2}{4}} = 4,78\ m/s$$

$$h_{L1-3} = 1,5 - \frac{4,78^2}{2\times9,81} = 0,335\ m \quad mH_2O$$

$$k = \frac{h_L}{\frac{V^2}{2g}} = \frac{0,335}{\frac{4,78^2}{2\times9,81}} = 0,28$$

$$h_{L\,1-2} = \frac{1}{3} h_{L\,1-3} = \frac{0/33}{3} = 0/11\ m$$

$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$

$P_1 Q_1 = P_2 Q_2 \Rightarrow Q_1 = Q_2$ قطر لوله تغییر نکرده و سیال تراکم‌ناپذیر است

$Q_1 = V_1 A_1 = V_2 A_2 = Q_2$

$V_1 = V_2$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L$$

(2 ، 0/11)

$$\frac{P_2}{\gamma} = -\left(\frac{4/78}{2\times 9/81} + 2 + 0/11\right)$$

$$P_2 = -32110/2$$

ف در نقطهٔ 2 منفی خواهد بود

* جدول ترمودینامیکی برحسب مطلق نوشته شده‌اند *

شرایط سیفون: باید برقرار باشد.

$h_L > 0$ باید باشد

P_2 باید بزرگتر از ف اشباع باشد

شیلنگ باید به اندازهٔ کافی بزرگ باشد و ارتفاع قله نباید از حد معینی بیشتر باشد

به نام خدا

$$H_p + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L$$

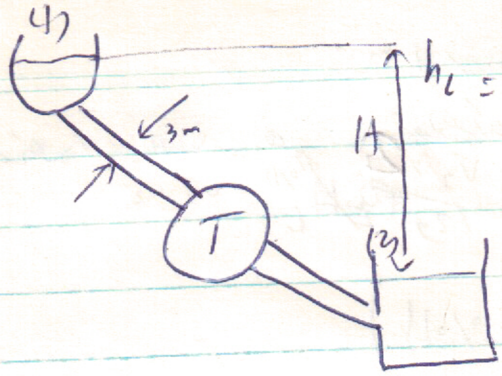
اگر در مسیر جریان پمپ داشته باشیم پمپ انرژی سیال را افزایش می‌دهد و انرژی در نقطهٔ (1) بیشتر شده آن را با H_p نشان می‌دهند

$\dot{W}$ توان پمپ $= \dot{m} g H_p = \gamma Q H$

اگر در مسیر توربین داشته باشیم توربین مثل مصرف‌کننده انرژی را از سیال می‌گیرد

معادلهٔ انرژی در مسیری که توربین وجود دارد.

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L + H_T$$



$$h_l = \frac{4v^2}{2g}$$

اطلاعات سیستم شکل زیر برابر است با توربین دارای بازده ۱۰۰٪ بوده و در سرعت 240 rpm می‌چرخد اگر $h=100$ متر باشد و توان تولیدی 750 کیلووات باشد دبی و گشتاور محور توربین را بدست آورید.

$h_l = \frac{4v^2}{2g}$ $Q = ?$

$\eta = 100\%$ $T = ?$ (گشتاور)

$\omega = 240\,rpm$

$H = 100\,m$

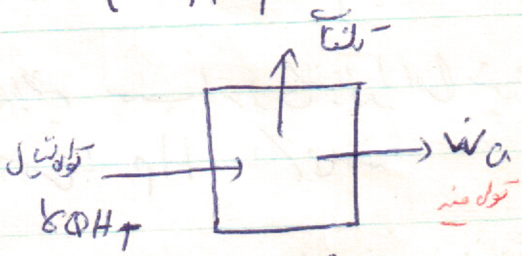
$\dot{W} = 750\,kW$

توان ایده‌آل توربین: $\dot{W} = \dot{m} g H = \gamma Q H_T$

توربین:

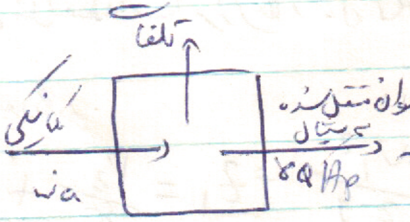
$$\eta_T = \frac{\dot{W}_a \text{ (واقعی)}}{\dot{W}_i \text{ (ایده‌آل)}} \Rightarrow \dot{W}_a = \eta \gamma Q H_T$$

$$\eta_p = \frac{\gamma Q H_p}{\dot{W}_a}$$



$$\eta = \frac{\dot{W}_a}{\gamma Q H}$$

پمپ



$$\eta_p = \frac{\gamma Q H_p}{\dot{W}_a}$$

$$\dot{W}_a = \eta_T \gamma Q H_T$$

$$\dot{W}_a = \frac{\gamma Q H_p}{\eta_p}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h_L + H_T$$

$$H_T + h_\ell = 100$$

توان توربین $\dot{W}_T = \gamma Q H_T \Rightarrow H_T = \frac{750 \times 10^3}{9806\, Q}$

$$h_\ell = \frac{4v^2}{2g}$$

$$Q = v\,\frac{\pi D^2}{4}$$

$$v = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

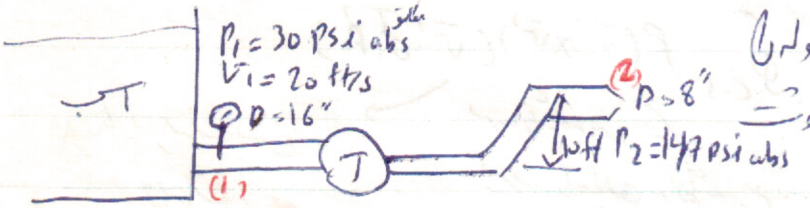
$$h_\ell = \frac{4v^2}{2g} = \frac{32 Q^2}{\pi D^2 g} \quad D = 3\,m$$

$$\Rightarrow \frac{750 \times 10^3}{9806\, Q} + \frac{32 Q^2}{g \pi^2 (3^4)} = 100$$

اگر مثل معادله درجه 3 حل نکردیم
از راه صحیح و خطا برویم

$$\Rightarrow Q = 17.11\ m^3/s$$

$$\dot{W} = T\omega \Rightarrow T = \frac{\dot{W}}{\omega} = \frac{750 \times 10^5}{240 \times 2\pi/60}$$



در شکل زیر افت اصطکاک در داخل لوله را
چقدر است در شکل $h_l = \frac{4v^2}{2g}$ توجه

$$h_L = \frac{4v^2}{2g}$$

$$\eta_t = 90\%$$

برای یافتن v_2 از $Q_1 = Q_2$ استفاده می‌کنیم

$$v_1 D_1^2 = v_2 D_2^2$$

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 v_1$$

برحسب انگلیسی $\gamma = 62.4$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 + h_L + H_T$$

$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{30 \times 144}{62.4}$, $\frac{v_1^2}{2g} = \frac{20^2}{2 \times 32.2}$, $\frac{P_2}{\gamma} = \frac{14.7 \times 144}{62.4}$, $\frac{v_2^2}{2g} = \frac{80^2}{2 \times 32.2}$, $z_2 = 10$, $h_L = \frac{4 \times 20^2}{2 \times 32.2}$

62

اگر قطر لوله در دو طرف نزوکه

$$h_L = h_{L_1} + h_{L_2} \qquad \frac{K_1 V_1^2}{2g} + \frac{K_2 V_2^2}{2g}$$

$$\frac{4V_1^2}{2g} \qquad \frac{4V_2^2}{2g}$$

$$H_T = 32/68\ ft$$

$$\dot{W}_T = \eta \times \gamma Q H = /9 \times 62/4 \times \left(20 \times \frac{\pi \times (\frac{16}{12})^2}{4}\right) \times 32.68$$

$lbf\ ft/s$

$$\frac{\dot{W}_T}{550} = Hp$$

$$\dot{W}_T = \frac{51271}{550} = 93.185\ Hp$$

معادله گشتاور دورانی:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho \vec{V}\, d\forall + \oint_{C.S} \rho \vec{V}(\vec{V}\cdot d\vec{A})$$

اگر طرفین رابطه را در $\vec{r}$ ضرب کنیم:

$$\Sigma \vec{r} \times \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{C.V} \rho (\vec{r}\times\vec{V})\, d\forall + \oint_{C.S} \rho (\vec{r}\times\vec{V})(\vec{V}\cdot d\vec{A})$$

ΣM

برای جریان دائم

برای جریان دائم $\Longrightarrow \Sigma M = \oint_{C.S} \rho(\vec{r}\times\vec{V})(\vec{V}\cdot d\vec{A})$

سرعت نسبت به محور که ... سرعت را مطلق در نظر بگیریم.

* باید از سرعت نسبی
* محاسبه شود

1- محور را تابع بیان گشتاور در نظر بگیریم

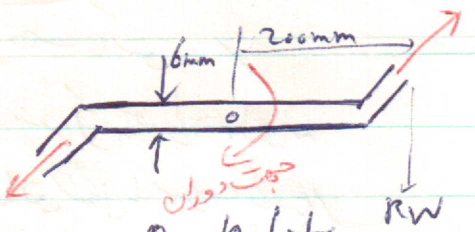
چون حجم کنترل دوران دارد بنابراین $\vec{V}$ را مطلق می‌گیریم

اگر جریان یکنواخت باشد $\Longrightarrow \Sigma M = \Sigma \rho(\vec{r}\times\vec{V})(Q)$

63

146 الکتریر :

یک آبپاش .



$Q = 0/9 \ lit/s$

گشتاور مقاوم $M_f = 0/01 w^2$

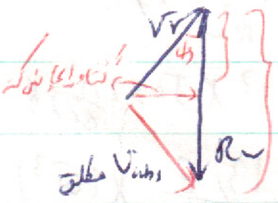
باید معادله مومنتم زاویه‌ای را بنویسیم ابتدا جهت مثبت را برابر گشتاور در نظر می‌گیریم

گشتاور مقاوم درخلاف جهت دوران است

ورودی در مرکز است و حول محور گشتاور ندارد.

$-M_f =$

$$V_{\text{مطلق}} = \vec{V_r} + \vec{V}_{\text{دستگاه}}$$



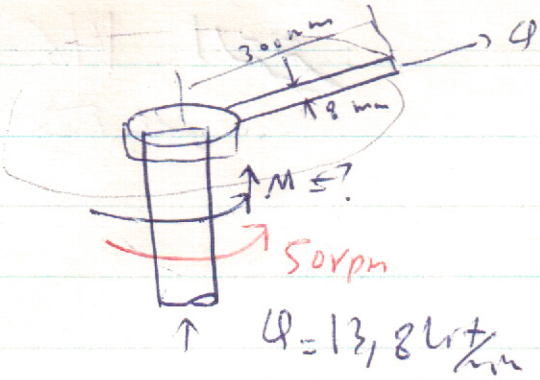
$V_H = Rw - Vr\cos 45°$

$$-M_f = 2\rho\left[R(Rw - Vr(\cos 45))\right]\left[\frac{Q}{2}\right]$$

$$V_r = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 0/45 \times 10^{-3}}{\pi(0/006^2)} = 15/91 \ m/s$$

$$-0/01 w^2 = 1000\left[0/2(0/2w - 15/91(0/45))\right](0/9 \times 10^{-3})$$

$w = 119/78 \ rpm \qquad w = 12/54 \ rad/s$



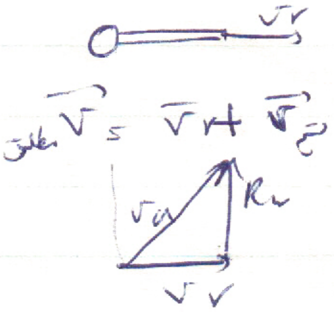
$Q = 13{,}8 \; lit/min$

[illegible]:
لوله شعاعی که آب را حمل می‌کند مطابق شکل با سرعت زاویه‌ای ثابت می‌چرخد. آب با دبی 13,8 lit/min از لوله پمپ می‌شود. گشتاور لازم جهت پایداری لوله را به دست آورید.

$$\Sigma M = \Sigma \rho (r \times v)(Q)$$

چون از گشتاور [illegible] صرف نظر [illegible] مقاوم نداریم

$$M = \rho \left(\frac{R\omega (R)}{R\omega^2} \right)(Q)$$

$$M = 1000 \left(0{,}3^2 \times 50 \times 2\frac{\pi}{60} \right) \left(\frac{13{,}8}{60} \times 10^{-3} \right)$$

$$M = 1{,}084 \; N.m$$